

# RS-Abschluss Übungsaufgaben

## zu Sparen, Zinsen, Zinseszins

### Themenerläuterung

Das Thema verlangt von dir die Berechnung von Zinsen bzw. Zinseszinsen, Anfangskapital, Endkapital und Sparraten. In seltenen Fällen wird auch einmal die Berechnung eines Kleinkredites oder eines Annuitätendarlehens verlangt.



Du musst bei diesen Aufgaben im Vorfeld Gedanken darüber machen, um welche Art der Zinsberechnung es sich handelt. Es gibt nur fünf unterschiedliche Arten, die mit fünf unterschiedlichen Formeln gelöst werden müssen. Im Einzelnen sind dies:

1. *Zinsrechnung unterjährig.*  
Der Berechnungszeitraum ist 1 Jahr oder weniger.
2. *Zinsrechnung mehrjährig.*  
Der Berechnungszeitraum ist 2 Jahre oder mehr, es handelt sich um die **einmalige** Anlage eines bestimmten Betrages, der Zinssatz bleibt über die gesamte Berechnungszeit unverändert (fester Zinssatz).
3. *Wie 2. einmalige Anlage eines fixen Betrages über 2 Jahre oder mehr, jedoch mit jährlich wechselndem Zinssatz (variabler Zinssatz).*
4. *Ratensparvertrag fester Zinssatz.*  
Es wird jeweils zum Anfang eines Jahres ein bestimmter, feststehender Betrag eingezahlt, der sich über die Laufzeit des Vertrages mit einem festen Zinssatz verzinst.
5. *Ratensparvertrag variabler Zinssatz.*  
Wie 4., jedoch mit jährlich wechselndem Zinssatz.

### Die wichtigsten benötigten Formeln

1. *Zinsrechnung unterjährig:*  
$$Z = \frac{K \cdot i \cdot p\%}{100}$$
 mit  $Z$  = Zinsen,  $K$  = Kapital,  $p\%$  = Zinssatz und  $i$  = Zeitfaktor in Jahren. Bei  $n$  Monaten ( $0 < n \leq 12$ ) ist  $i = \frac{n}{12}$ , bei  $n$  Tagen ( $0 < n \leq 360$ ) ist  $i = \frac{n}{360}$ .  
$$K_i = \frac{K \cdot i \cdot q}{100}$$
 mit  $q = 1 + \frac{p\%}{100}$ ,  $K$  und  $i$  wie zuvor.
2. *Einmalanlage mehrjährig mit festen Zinssatz (Kapitalentwicklung):*  
$$K_n = K_0 \cdot q^n$$
 mit  $K_n$  = Endkapital,  $K_0$  = Anfangskapital und  $q = 1 + \frac{p\%}{100}$ ;  $n$  steht für die Anzahl der Jahre.
3. *Einmalanlage mehrjährig mit variablem Zinssatz (Kapitalentwicklung):*  
$$K_n = K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot \dots \cdot q_n$$
 mit  $K_n$  = Endkapital,  $K_0$  = Anfangskapital und  $q = 1 + \frac{p\%}{100}$ ;  $q_1$  = Zinsfaktor im ersten Jahr,  $q_2$  = Zinsfaktor im zweiten Jahr usw. bis  $q_n$  = Zinsfaktor im  $n$ -ten Jahr;  $n$  steht für die Anzahl der Jahre.
4. *Ratensparvertrag fester Zinssatz:*  
$$K_n = R(q^n + q^{n-1} + q^{n-2} + \dots + q)$$
 mit  $K_n$  = Endkapital,  $R$  = jährlich eingezahlte Rate und  $q = 1 + \frac{p\%}{100}$ ;  $n$  steht für die Anzahl der Jahre.
5. *Ratensparvertrag variabler Zinssatz:*  
$$K_n = R(q_1 \cdot q_2 \cdot \dots \cdot q_n + q_2 \cdot q_3 \cdot q_n + \dots + q_n)$$
 mit  $K_n$  = Endkapital,  $R$  = jährlich eingezahlte Rate und  $q = 1 + \frac{p\%}{100}$ ;  $q_1$  = Zinsfaktor im ersten Jahr,  $q_2$  = Zinsfaktor im zweiten Jahr usw. bis  $q_n$  = Zinsfaktor im  $n$ -ten Jahr;  $n$  steht für die Anzahl der Jahre.

Aufgaben im Stil der Abschlussprüfung



**Aufgabe A1**

Ein Kapital von 7.500,00 € wird vier Jahre lang mit gleichbleibendem Zinssatz angelegt. Nach vier Jahren erhält der Anleger ein Vermögen von 8.723,43 € ausbezahlt.

Berechnen Sie den Zinssatz, zu dem das Kapital angelegt wurde. Um wie viel Prozent ist das Kapital im Anlagezeitraum angewachsen?

Lösung: Zinssatz 3,85 % , Prozentsatz Anlagezeitraum 16 %

**Aufgabe A2**

Familie Schmidt legt Vermögen von 6.500,00 € über fünf Jahre fest an. Die Zinssätze für die beiden ersten Jahre betragen 4,25 % und 4,5 %. Im dritten Jahr werden 329,27 € Zinsen gutgeschrieben. Der Zinssatz für die letzten beiden Jahre ist gleich. Am Ende der Anlagezeit erhält die Familie ein Vermögen von 8.185,59 € ausbezahlt.

Berechnen Sie den Zinssatz für die letzten beiden Jahre.

Wie hoch hätte ein gleich bleibender Zinssatz sein müssen, um denselben Anlageerfolg zu erzielen?

Lösung: Zinssatz im 4. und 5. Jahr 5,1 %  
Fester Zinssatz 4,7 %

**Aufgabe A3**

Ein Kapital wird für vier Jahre fest angelegt. Im ersten Jahr werden 450,00 € Zinsen gutgeschrieben. Für die folgenden Jahre gilt:

Zinssatz im zweiten Jahr :	3,50 %
Zinssatz im dritten Jahr :	3,75 %
Zinssatz im vierten Jahr:	4,50 %

Nach Ablauf der Anlagezeit werden 17.336,97 € von der Bank an den Anleger ausbezahlt.

Berechnen Sie den Betrag des angelegten Kapitals. Welcher Zinssatz lag den Zinsen für das erste Jahr zugrunde? Wie viel Zinsen werden für das vierte Jahr gutgeschrieben?

Lösung: Angelegtes Kapital 15000 €  
Zinssatz 1. Jahr 3,0 %  
Zinsen 4. Jahr 746,57 €

**Aufgabe A4**

Familie Kugler beabsichtigt für die nächsten fünf Jahre jährlich 2.750,00 € Ersparnisse fest anzulegen. Ihr liegen zwei Angebote vor.

Angebot I : Einzahlungsbetrag jeweils am Jahresanfang 2.750,00 €.

Die Zinssätze für die ersten beiden Jahre betragen jeweils 4 %.

Zinssatz im dritten Jahr ist 4,25 %.

Zinssatz im vierten Jahr ist 4,5 %.

Für das letzte Anlagejahr schüttet die Bank 750,00 € Zinsen aus.

Die Bearbeitungsgebühr von 150,00 € wird von der Bank direkt vor Anlage des Geldes von der ersten Einzahlung abgezogen.

Angebot II : Wie bei Angebot I liegt der jährlich einzuzahlende Betrag bei

2.750,00 €. Der über die gesamte Laufzeit des Vertrages gleich

bleibende Zinssatz beträgt 4,5 %. Die Bearbeitungsgebühr beträgt

120,00 € und wird von der Bank direkt vor der Anlage des Geldes von der ersten Einzahlung abgezogen.

Bei welchem Angebot erzielt Familie Kugler den höheren Anlageerfolg?

Lösung: Angebot II

# RS-Abschluss Übungsaufgaben

## zu Sparen, Zinsen, Zinseszins

### Aufgabe A5

Familie Müller schließt bei Ihrer Bank einen Ratensparvertrag über vier Jahre Laufzeit ab. Jeweils zu Jahresanfang werden 3.600,00 € einbezahlt.

Zinssatz im ersten Jahr : 3,25 %

Zinssatz im zweiten Jahr: 3,5 %

Zinssatz im dritten Jahr: 3,8 %

Zinssatz im vierten Jahr: 4,25 %

Berechnen Sie den Auszahlungsbetrag nach Ablauf der 4 Jahre.

Lösung: 15.843,60 €

### Aufgabe A6

Herr Clausen legt seinen Lottogewinn in Höhe von 241 500 € bei einer Bank für 4 Jahre an. Der Zinssatz beträgt 7,5 %.

- Auf welche Summe wächst sein Gewinn innerhalb dieser Zeit an?
- Mit wie viel Prozent müsste der Gewinn angelegt werden, damit er schon nach 5 Jahren auf diesen Betrag von 400 000 € angewachsen würde?
- Wie viel € müsste Herr Clausen bei gleichem Zinssatz anlegen, damit er schon nach 2 Jahren über ein Kapital von 300 000 € verfügen könnte?

Lösungen: a) 322 515,80 €

b) 10,6 %

c) 259 599,78 €

Übungsaufgaben Sparen, Zinsen, Zinseszins RS-Abschluss Klasse 10

**Lösung A1**

Aufgabentyp: Kapitalentwicklung über 4 Jahre mit festem Zinssatz.

Gegeben:  $n = 4$  Jahre;  $K_0 = 7500,00$  € Anfangskapital;  $K_4 = 8723,43$  € Endkapital

Zinssatz  $p\%$ :

$$K_4 = K_0 \cdot q^4$$

$$8723,43 = 7500 \cdot q^4$$

$$\frac{8723,43}{7500} = q^4$$

$$q = \sqrt[4]{\frac{8723,43}{7500}} \approx 1,0385$$

$$q = 1 + \frac{p\%}{100}$$

$$1,0385 = 1 + \frac{p\%}{100} \Rightarrow p\% = 3,85 \%$$

Der Zinssatz, zu dem das Kapital angelegt wurde, betrug 3,85 %.

Kapitalzuwachs in den vier Jahren:

Grundwert  $G = 7500,00$  €, Prozentwert  $P = 8723,43$  € als erhöhter Grundwert, gesucht  $p\%$ .

$$\frac{p\%}{100} = \frac{P}{G} = \frac{8723,43}{7500} \approx 1,16 \Rightarrow p\% = 116 \%$$

Zuwachs wegen erhöhtem Grundwert:  $116\% - 100\% = 16\%$

Das Kapital ist im Anlagezeitraum um 16% angewachsen.

**Lösung A2**

Aufgabentyp: Kapitalentwicklung über 5 Jahre mit variablem Zinssatz.

Gegeben:  $n = 5$  Jahre;  $K_0 = 6500,00$  € Anfangskapital;  $K_5 = 8185,59$  € Endkapital

$q_1 = 1,0425$ ;  $q_2 = 1,045$ ;  $q_4 = q_5$ ; Zinsen im 3. Jahr  $Z = 329,27$  €.

Rechnerische Lösung (einfach)

Zinssatz für das vierte und fünfte Jahr:

$$p_4\% = p_5\%$$

$$K_5 = (K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 + Z_3) \cdot q_4^2$$

$$8185,59 = (6500 \cdot 1,0425 \cdot 1,045 + 329,27) \cdot q_4^2$$

$$8185,59 = 7410,45 \cdot q_4^2$$

$$q_4^2 = \frac{8185,59}{7410,45} = 1,1046$$

$$q_4 \approx 1,051$$

$$q_4 = 1 + \frac{p_4\%}{100} \Rightarrow p_4\% = 5,1\%$$

Der Zinssatz im vierten und fünften Jahr betrug 5,1%.

Gleicher Anlageerfolg bei gleichbleibendem Zinssatz:

$$K_5 = K_0 \cdot q^5$$

$$8185,59 = 6500 \cdot q^5$$

$$\frac{8185,59}{6500} = q^5$$

$$q = \sqrt[5]{\frac{8185,59}{6500}} \approx 1,047$$

$$q = 1 + \frac{p\%}{100}$$

$$1,047 = 1 + \frac{p\%}{100} \Rightarrow p\% = 4,7 \%$$

Der gleichbleibende Zinssatz muss 4,7 % betragen, um den gleichen Anlageerfolg zu erzielen.

Übungsaufgaben Sparen, Zinsen, Zinseszins RS-Abschluss Klasse 10

**Lösung A3**

Aufgabentyp: Kapitalentwicklung über 4 Jahre mit variablem Zinssatz.

Gegeben:  $n = 4$  Jahre;  $K_4 = 17336,97$  € Endkapital,  $q_2 = 1,035$ ;  $q_3 = 1,0375$ ;  $q_4 = 1,045$ ; Zinsen im 1. Jahr  $Z_1 = 450,00$  €.

*Rechnerische Lösung (einfach)*

Anfangskapital  $K_0$ :

$$K_4 = (K_0 + Z_1) \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot q_4$$

$$17336,97 = (K_0 + 450) \cdot 1,035 \cdot 1,0375 \cdot 1,045$$

$$17336,97 = (K_0 + 450) \cdot 1,122134 \quad | \quad : 1,122134$$

$$15450,00 = K_0 + 450 \quad | \quad -450$$

$$K_0 = 15450,00 - 450$$

$$K_0 = 15000,00$$

Das angelegte Kapital betrug 15.000 €.

Zinssatz für das erste Jahr:

$$\frac{p\%}{100} = \frac{450}{15000} = 0,03 \Rightarrow p\% = 3,00\%$$

Im ersten Jahr lag ein Zinssatz von 3,00% zugrunde.

Zinsen für das vierte Jahr:

Diese Zinsen errechnen sich aus dem Endkapital abzüglich des Endkapitals des 3. Jahres:

$$Z_4 = K_4 - K_3$$

$$Z_4 = 17336,97 - 15000 \cdot 1,03 \cdot 1,035 \cdot 1,0375$$

$$Z_4 = 746,57$$

Im vierten Jahr wurden 746,57 € Zinsen gutgeschrieben.

*Tabellarische Lösung (umständlich)*

Auch diese Aufgabe kann tabellarisch gelöst werden, wenn du nicht auf die Formeln der rechnerischen Lösung kommst. In diesem Fall musst du aber von hinten nach vorne rechnen, da das Anfangskapital nicht bekannt ist (siehe nachfolgende Tabelle, grün markierte Felder sind gegeben, rot markierte Felder sind errechnet).

Jahr	Kapital am Jahresende	Zinssatz $p\%$	$q$	Zinsen	Kapital am Jahresanfang
4	17336,97 €	4,50 %	1,0450	746,57 €	16590,40 €
3	16590,40 €	3,75 %	1,0375	599,65 €	15990,75 €
2	15990,75 €	3,50 %	1,0350	540,75 €	15450,00 €
1	15450,00 €	3,00 %	1,0300	450,00 €	15000,00 €

**Lösung A4**

Aufgabentyp: Ratensparvertrag über 5 Jahre mit variablem Zinssatz.

*Rechnerische Lösung (einfach)*

*Berechnung der Kapitalbildung der einzelnen Jahre:*

Angebot I:

Die erste Rate abzüglich der Bearbeitungsgebühr wird 4 Jahre lang verzinst.

$$K_5 = (R - \text{Gebühr}) \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot q_4$$

$$K_5 = 2600 \cdot 1,04 \cdot 1,04 \cdot 1,0425 \cdot 1,045 = 3063,60$$

Die zweite Rate wird 3 Jahre lang verzinst.

$$K_4 = R \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot q_4$$

$$K_4 = 2750 \cdot 1,04 \cdot 1,0425 \cdot 1,045 = 3115,72$$

# RS-Abschluss Übungsaufgaben

zu Sparen, Zinsen, Zinseszins

Lösungen

Übungsaufgaben Sparen, Zinsen, Zinseszins RS-Abschluss Klasse 10

Die dritte Rate wird 2 Jahre lang verzinst.

$$K_3 = R \cdot q_3 \cdot q_4$$

$$K_3 = 2750 \cdot 1,0425 \cdot 1,045 = 2995,88$$

Die vierte Rate wird 1 Jahre lang verzinst.

$$K_2 = R \cdot q_4$$

$$K_2 = 2750 \cdot 1,045 = 2873,75$$

Im letzten Jahr wird zur Rate ein fester Zinsbetrag ausbezahlt.

$$K_1 = R + Z$$

$$K_1 = 2750 + 750 = 3500,00$$

*Berechnung des Endkapitals:*

Das Gesamtkapital ist die Summe der einzelnen Kapitale.

$$K_{ges} = K_5 + K_4 + K_3 + K_2 + K_1$$

$$K_{ges} = 3063,60 + 3115,72 + 2995,88 + 2873,75 + 3500,00 = 15548,95$$

Angebot II:

Die erste Rate abzüglich der Bearbeitungsgebühr wird 5 Jahre lang mit festem Zinssatz verzinst.

$$K_5 = (R - \text{Gebühr}) \cdot q^5$$

$$K_5 = 2630 \cdot 1,045^5 = 3277,46$$

Die zweite Rate wird 4 Jahre lang verzinst.

$$K_4 = R \cdot q^4$$

$$K_4 = 2750 \cdot 1,045^4 = 3279,43$$

Die dritte Rate wird 3 Jahre lang verzinst.

$$K_3 = R \cdot q^3$$

$$K_3 = 2750 \cdot 1,045^3 = 3138,21$$

Die vierte Rate wird 2 Jahre lang verzinst.

$$K_2 = R \cdot q^2$$

$$K_2 = 2750 \cdot 1,045^2 = 3003,07$$

Im letzten Jahr wird 1 Jahre lang verzinst.

$$K_1 = R \cdot q$$

$$K_1 = 2750 \cdot 1,045 = 2873,75$$

*Berechnung des Endkapitals:*

Das Gesamtkapital ist die Summe der einzelnen Kapitale.

$$K_{ges} = K_5 + K_4 + K_3 + K_2 + K_1$$

$$K_{ges} = 3277,46 + 3279,43 + 3138,21 + 3003,07 + 2873,75 = 15571,92$$

*Familie Kugler erzielt mit dem Angebot II den höheren Anlageerfolg.*

*Tabellarische Lösung (umständlich)*

Die einzelnen Berechnungen sind hier nicht mehr näher aufgeführt. Die grünen Werte in den Tabellen sind gegeben, die roten Werte sind errechnet.

Angebot I:

Jahr	Kapital am Jahresanfang	Zinssatz p%	q	Zinsen	Kapital am Jahresende
1	2750,00 € – 150,00 € = 2600,00 €	4,00 %	1,0400	104,00 €	2704,00 €
2	5454,00 €	4,00 %	1,0400	218,16 €	5672,16 €
3	8422,16 €	4,25 %	1,0425	357,94 €	8780,10 €
4	11530,10 €	4,50 %	1,0450	518,85 €	12048,95 €
5	14798,95 €	5,10 %	1,0510	750,00 €	15548,95 €

Angebot II:

Jahr	Kapital am Jahresanfang	Zinssatz $p\%$	$q$	Zinsen	Kapital am Jahresende
1	2750,00 € – 120,00 € = 2630,00€	4,50 %	1,0450	118,35 €	2748,35 €
2	5498,35 €	4,50 %	1,0450	247,43 €	5745,78 €
3	8495,78 €	4,50 %	1,0450	382,31 €	8878,09 €
4	11628,09 €	4,50 %	1,0450	523,26 €	12151,35 €
5	14901,35 €	4,50 %	1,0450	670,56 €	15571,91 €

Familie Kugler erzielt mit dem Angebot II den höheren Anlageerfolg.

## Lösung A5

### Detaillierte Lösung

Lösungsschritte rechnerische Lösung (einfach)

1. Aus dem Text heraus musst du erkennen, dass es sich um einen Ratensparvertrag über 4 Jahre mit variablem Zinssatz handelt mit  $R = 3600$ ;  $q_1 = 1,0325$ ;  $q_2 = 1,035$ ;  $q_3 = 1,038$ ;  $q_4 = 1,0425$

2. Berechnung der Kapitalbildung der einzelnen Jahre.

Die 1. Rate wird ja 4 Jahre lang verzinst, also

$$K_4 = R \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot q_4$$

Die 2. Rate wird 3 Jahre lang verzinst mit den Zinssätzen der Jahre 2 bis 4, also

$$K_3 = R \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot q_4$$

Die 3. Rate wird 2 Jahre lang verzinst mit den Zinssätzen der Jahre 3 bis 4, also

$$K_2 = R \cdot q_3 \cdot q_4$$

Die 4. Und letzte Rate wird nur 1 Jahr lang verzinst mit den Zinssatz des 4. Jahres, also

$$K_1 = R \cdot q_4$$

Das Kapital über die 4 Jahre ist also die Summe der einzelnen Kapitalbeträge, also

$$K_{\text{gesamt}} = K_4 + K_3 + K_2 + K_1$$

$$K_{\text{gesamt}} = R \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot q_4 + R \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot q_4 + R \cdot q_3 \cdot q_4 + R \cdot q_4$$

In dieser Formel lässt sich  $R$  ausklammern und du erhältst:

$$K_{\text{gesamt}} = R \cdot (q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot q_4 + q_2 \cdot q_3 \cdot q_4 + q_3 \cdot q_4 + q_4)$$

3. Berechnung des Endkapitals durch Einsetzen in die Formel

$$K_{\text{gesamt}} = 3600 \cdot (1,0325 \cdot 1,035 \cdot 1,038 \cdot 1,0425 + 1,035 \cdot 1,038 \cdot 1,0425 + 1,038 \cdot 1,0425 + 1,0425)$$

$$K_{\text{gesamt}} = 3600 \cdot (1,1564 + 1,12 + 1,0821 + 1,0425)$$

$$K_{\text{gesamt}} = 3600 \cdot 4,401 = 15843,60$$

Der Auszahlungsbetrag nach Ablauf von 4 Jahren beträgt 15.843,60 €.

Lösungsschritte tabellarische Lösung (umständlich)

1. Aus dem Text heraus musst du erkennen, dass es sich um einen Ratensparvertrag über 4 Jahre mit variablem Zinssatz handelt mit  $R = 3600$ ;  $q_1 = 1,0325$ ;  $q_2 = 1,035$ ;  $q_3 = 1,038$ ;  $q_4 = 1,0425$

Übungsaufgaben Sparen, Zinsen, Zinseszins RS-Abschluss Klasse 10

2. Aufbau einer Tabelle

Anfangs-kapital	Zuzahlung	Jahr	Kapital zum Jahresanfang	Zinssatz $p\%$	$q$	Kapital am Jahresende
0,00 €	3600,00 €	1	3600,00 €	3,25 %	1,0325	3717,00 €
3717,00 €	3600,00 €	2	7317,00 €	3,50 %	1,0350	7753,10 €
7753,10 €	3600,00 €	3	11173,10 €	3,80 %	1,0380	11597,68 €
11597,68 €	3600,00 €	4	15197,68 €	4,25 %	1,0425	15843,58 €

Der Auszahlungsbetrag nach Ablauf von 4 Jahren beträgt 15.843,60 €.

### Lösung A6

Aufgabentyp: Kapitalentwicklung über verschiedene Jahre mit unterschiedlichen Zinssätzen.

a)  $K_0 = 241\,500 \text{ €}; n = 4 \text{ Jahre, Zinssatz } p \% = 7,5 \%$

$$K_4 = K_0 \cdot q^4 = 241500 \cdot 1,075^4 = 322515,80$$

Die Summe wächst auf 322 515,80 € an.

b)  $K_0 = 241\,500 \text{ €}; n = 5 \text{ Jahre, Endkapital } K_5 = 400\,000 \text{ €}$

$$K_5 = K_0 \cdot q^5$$

$$400000 = 241500 \cdot q^5 \quad | \quad : 241500$$

$$q^5 = 1,6563147 \quad | \quad \sqrt[5]{\quad}$$

$$q = 1,1062$$

$$p \% = (q - 1) \cdot 100 = (1,1062 - 1) \cdot 100 \approx 10,6 \%$$

*Der Gewinn muss mit 10,6 % angelegt werden.*

c)  $K_2 = 300\,000 \text{ €}; n = 2 \text{ Jahre, } p \% = 7,5 \%$

$$K_2 = K_0 \cdot q^2$$

$$300000 = K_0 \cdot 1,075^2 \quad | \quad : 1,075^2$$

$$K_0 = 259599,78$$

*Herr Clausen müsste 259 599,78 € anlegen.*