



Aufgabenblatt zur Teilbarkeit und Primzahlen

Algebra

Lösungen

© by Fit-in-Mathe-Online.de

Level 2 – Fortgeschritten – Blatt 1

Lösung A1

Gesucht ist jeweils das kleinste gemeinsame Vielfache von:

- a) Zoé jeden 6. Tag und Xenia jeden 4. Tag.
 $kgV = 12$, denn 12 ist die kleinste Zahl, in die sowie die 6 als auch die 4 ohne Rest hineinpasst.
 Zoé und Xenia treffen sich 12 Tage später wieder, also am 31. Januar.
- b) Xenia jeden 4. Tag und Yasmin jeden 9. Tag.
 $kgV = 36$, denn 36 ist die kleinste Zahl, in die sowie die 4 als auch die 9 ohne Rest hineinpasst.
 Zoé und Xenia treffen sich 36 Tage später wieder, also am 24. Februar.
- c) Alle drei Mädchen mit Xenia jeden 4. Tag, Yasmin jeden 9. Tag und Zoé jeden 6. Tag.
 $kgV = 36$, denn 36 ist die kleinste Zahl, in die sowie die 4 als auch die 6 als auch die 9 ohne Rest hineinpasst.
 Alle drei Mädchen treffen sich 36 Tage später wieder, also am 24. Februar.

Lösung A2

- a) Gesucht wird jeweils das kleinste gemeinsame Vielfache mit Rest 1. Man nennt dies auch Modulo n Rest 1.
 $kgV = 20$, denn 20 ist die kleinste Zahl, in die sowie die 2 als auch die 4 als auch die 5 ohne Rest hineinpasst.
 Wegen „Rest 1,“ zählt die Klasse somit mindestens 21 Schüler.
 Probe:
 5 Gruppen: $21:5 = 4 R1$
 4 Gruppen: $21:4 = 5 R1$
 2 Gruppen: $21:2 = 10 R1$
- b) Gesucht wird auch hier jeweils das kleinste gemeinsame Vielfache, jedoch dieses Mal mit unterschiedlichem Rest.
 Wir betrachten zunächst die Gruppe mit dem größten Rest, das ist die 5-er Gruppe. Also werden Zahlen gesucht, die durch 5 geteilt den Rest 4 ergeben. Dies sind die Zahlen 9; 14; 19; 24; 29; ...
 Wir betrachten die 4-er Gruppe. Also werden Zahlen gesucht, die durch 4 geteilt den Rest 3 ergeben.
 Dies sind die Zahlen 7; 11; 15; 19; 23; 27; 31; ...
 Zuletzt betrachten die 2-er Gruppe. Also werden Zahlen gesucht, die durch 2 geteilt den Rest 1 ergeben.
 Dies sind die Zahlen 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15; 17; 19; 21; 23; ...
 In diesen Zahlenreihen ist 19 die kleinste gemeinsam enthaltene Zahl.
 Die Studiengruppe besteht aus mindestens 19 Personen.
 Wir betrachten die 6-er Gruppe:
 $21:6 = 3 R1$
 Bei 6 gleich großen Gruppen bleibt eine Person übrig.



Aufgabenblatt

zur Teilbarkeit und Primzahlen



Algebra

Lösungen

© by Fit-in-Mathe-Online.de

Level 2 – Fortgeschritten – Blatt 1

Lösung A3

Gesucht ist das kleinste gemeinsame Vielfache von 2, 3 und 4.

$kgV = 12$, denn 12 ist die kleinste Zahl, in die sowohl die 2 als auch die 3 als auch die 4 ohne Rest hineinpasst.

a) $400 : 12 = 33 R4$

$$400 \cdot 12 = 396$$

Die Bäuerin hat höchstens 396 Äpfel mitgebracht.

b) Bei beliebiger Anzahl mitgebrachter Äpfel müsste sie jeweils ein Vielfaches von 12 Äpfeln mitbringen. Die Anzahl mitgebrachter Äpfel ließe sich über den Term $12 \cdot x$ errechnen.

Lösung A4

Gesucht ist das größte gemeinsame Teile von € 8,50 und € 10,20.

Um nicht mit Kommas rechnen zu müssen, können wir auch den ggT von 85 und 102 suchen und dieses dann wieder durch 10 teilen.

Am schnellsten geht dies mit Primzahlzerlegung. Wir zerlegen sowohl die 85 als auch die 102 in Primzahlen.

$$P(85) = 5 \cdot 17$$

$$P(102) = 2 \cdot 3 \cdot 17$$

In beiden Zahlen steckt also die Primzahl 17.

Da wir ja eingangs die Eurozahlen mit 10 multipliziert haben, müssen wir unser Ergebnis jetzt durch 10 dividieren.

Die Essensmarken haben sonnvollerweise einen Wert von € 1,70.

In der Mensa werden jeden Tag zwei verschiedene Menüs angeboten. Menü 1 kostet € 8,50, Menü 2 kostet € 10,20. Das Essen wird nicht bar, sondern mit Essensmarken bezahlt. Welchen Wert haben die Essensmarken sinnvollerweise, Für Menü 1 werden damit 5 und für Menü 2 6 Essensmarken benötigt.

Lösung A5

Gesucht ist der kleinste gemeinsame Teiler von 20 und 72.

$kgV = 360$, denn 360 ist die kleinste Zahl, in die sowohl die 20 als auch die 72 ohne Rest hineinpasst.

a) Für das kleine Zahnrad gilt:

$$18 \cdot 20 = 360$$

Für das große Zahnrad gilt:

$$5 \cdot 72 = 360$$

Somit dreht das große Zahnrad 5 mal, bis sich die beiden Räder erstmals wie am Anfang wieder gegenüber stehen. Das kleine Zahnrad hat dabei 18 Umdrehungen gemacht.

b) Wenn sich das große Zahnrad -mal dreht, so dreht es sich ja dreimal mehr als in Aufgabenteil a). Also muss sich auch das kleine Zahnrad dreimal mehr drehen.

$$3 \cdot 18 = 54$$

Das kleine Zahnrad dreht sich 54-mal pro Minute.





Aufgabenblatt zur Teilbarkeit und Primzahlen



Algebra

Lösungen

© by Fit-in-Mathe-Online.de

Level 2 – Fortgeschritten – Blatt 1

Lösung A6

Gesucht ist der größte gemeinsame Teiler der drei Abmessungen 600 cm , 240 cm und 180 cm .

Es fällt direkt ins Auge, dass der $ggT = 60\text{ cm}$ ist.

Das würfelförmige Postpaket hat eine Kantenlänge von 60 cm .

In die Breite von 180 cm passen somit 3 Lagen, in die Höhe von 240 cm 4 Lagen und in die Länge von 600 cm somit 10 Lagen.

Insgesamt also $3 \cdot 4 \cdot 10 = 120$ Postpakete.

Lösung A7

Gesucht ist das kleinste gemeinsame Vielfache der drei Abmessungen 36 mm , 27 mm und 24 cm . Wir zerlegen die drei Zahlen in Primzahlen:

$$P(36) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$P(27) = 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$P(24) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

Wir haben ein Maximum von drei 3-en sowie drei 2-en

$$kgV = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 216$$

$$\text{Länge: } 216 : 36 = 6$$

$$\text{Breite: } 216 : 27 = 8$$

$$\text{Höhe: } 216 : 24 = 9$$

Wir legen also 6 Klötze hintereinander und 8 Klötze nebeneinander. Auf diese Art und Weise bilden insgesamt 48 Klötze die Grundfläche des Würfels. Auf diese Grundfläche legen wir nochmals 8 Lagen in die Höhe, sodass wir gesamthaft $48 \cdot 9 = 432$ Klötze benötigen. Dadurch entsteht ein Würfel mit einer Kantenlänge von 216 mm .

