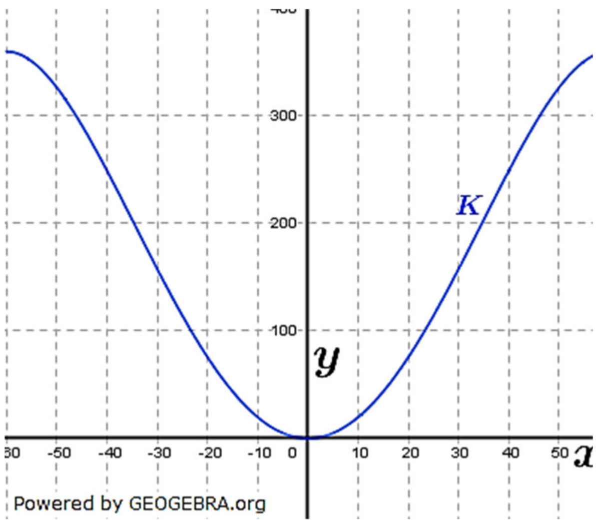
Level 3 – Fortgeschritten – Blatt 4
Dokument mit 14 Aufgaben

Aufgabe A1

Die symmetrische Querschnittsfläche eines Gebirgstales lässt sich durch eine ganzrationale Funktion 4. Grades beschreiben.
Das Tal hat eine Breite von *120 m*, eine größte Höhe von *360 m*. Bei einer Breite von *60 m* wird eine Höhe von *157,5 m* erreicht.

a) Bestimme den Funktionsterm.

b) Ein *250 m* hoher Staudamm soll errichtet werden. Wie breit ist die Dammkrone (auf eine Dezimale gerundet)?



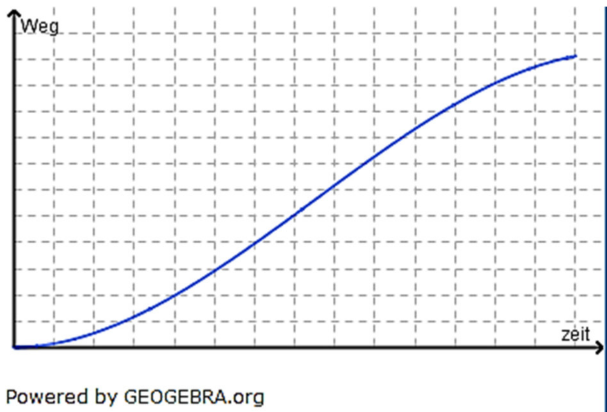
Aufgabe A2

Ein 100-m-Sprint lässt sich durch eine Polynomfunktion 3. Grades beschreiben.

a) Bestätige, dass die nebenstehende Abbildung das Schaubild von f mit $f(t)=-\frac{1}{15}t^3+\frac{3}{2}t^2$ zeigt. Wähle eine geeignete Achseneinteilung.

b) Bestimme die Laufzeit für *100 m* auf eine Zehntelsekunde genau.

c) Bestimme die mittlere Geschwindigkeit des Läufers.



Aufgabe A3

Ein Zug bewegt sich nach folgendem Weg-Zeit-Gesetz:

$s(t)=5t^4-40t^3+80t^2;\ \ t\ \in[0;4]$ (t in h, s in km)

a) Zeichne das Schaubild der Funktion $s(t)$. Interpretiere den Verlauf.

b) Bestimme die maximale Entfernung des Zuges vom Ausgangspunkt.

c) Berechne die mittlere Geschwindigkeit des Zuges im Zeitintervall $[0;2]$.

Aufgabe A4

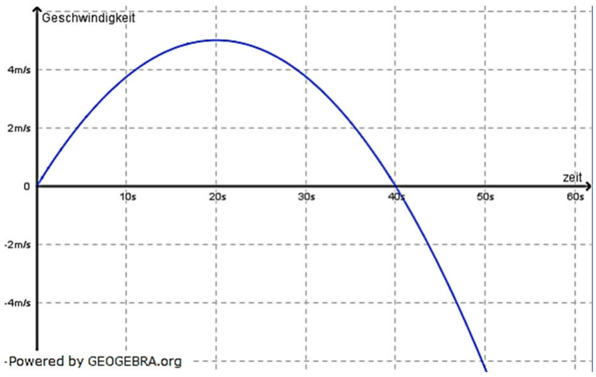
Der Graph der Funktion f mit $f(x) = -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2;\ \ x > 0$ ist näherungsweise die Flugkurve des Balles bei einem Freistoß in einem Fußballspiel.

a) Skizziere das Schaubild von f. Welche maximale Höhe erreicht der Ball?
b) Überfliegt der Ball die Abwehrmauer in *9,15 m* Entfernung?
c) Wo kommt der Ball wieder auf den Boden?
d) Wie weit entfernt vom Tor wurde der direkte Freistoß ausgeführt, wenn der Ball in einer Höhe von *1,75 m* die Torlinie überschreitet?

Aufgabe A5

Ein Hundehalter plaudert auf dem Feld mit einem Bauer. Sein Hund rennt ihm weg. Das Diagramm zeigt die Geschwindigkeit v (in $\frac{m}{s}$) des Hundes.

a) Interpretiere das Diagramm.
b) Gib den Funktionsterm der Geschwindigkeit-Zeit-Funktion v in Abhängigkeit von t an.



Lösung A1

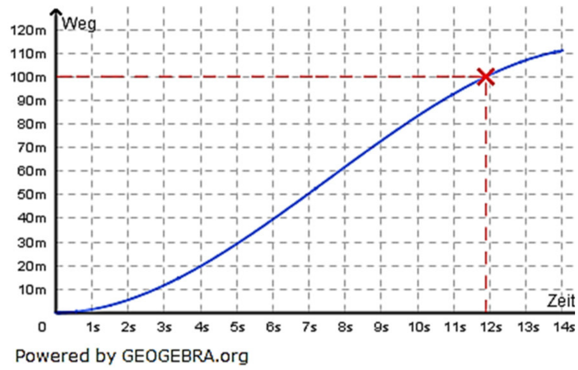
a) Wir erkennen einen Berührpunkt mit der x–Achse in $x = 0$. Das Schaubild ist symmetrisch zur y–Achse. Der Ansatz somit $f(x) = ax^4 + cx^2$.
Die Punktprobe mit $A(60|360)$ und $B(30|157{,}5)$ liefert ein LGS aus 2 Gleichungen mit 2 Unbekannten.

$$
\begin{array}{lll}
\text{(I)} & 30^4a + 30^2b = 157{,}5 & | \quad \cdot 2^4 \\
\text{(II)} & 60^4a + 60^2b = 360 & \\
\text{(I)} & 60^4a + 16 \cdot 30^2b = 16 \cdot 157{,}5 & \\
\text{(II)} & \underline{60^4a + 60^2b = 360} & \\
\text{(II)-(I)} & 3600b - 14400b = -2160 & \\
 & -10080b = -2160 & | \quad :(-10080) \\
 & b \approx 0{,}2 & \\
b \rightarrow (I) & 810000a + 180 = 157{,}5 & | \quad -180 \\
 & 810000a = -22{,}5 & | \quad :810000 \\
 & a = -\frac{1}{36000} &
\end{array}
$$

$f(x) = -\frac{1}{36000}x^4 + 0{,}2x^2$

b) Ansatz: $f(x) = 250$
$-\frac{1}{36000}x^4 + 0{,}2x^2 - 250 = 0$
$x_1 = 40{,}125 \quad x_2 = - - 40{,}125$
Die Dammkrone hat eine Breite von 80,25 m.

Lösung A2



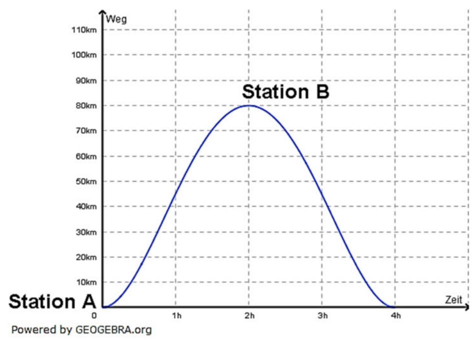
a) Das Schaubild berührt die x–Achse in 0. Es handelt sich um eine ganzrationale Funktion 3. Grades, also $s(t) = -\frac{1}{15}t^3 + \frac{3}{2}t^2$.

b) Ansatz: $s(t) = 100$
$-\frac{1}{15}t^3 + \frac{3}{2}t^2 - 100 = 0$
Die Lösung mittels WTR/GTR ergibt $t = 11{,}89$.
Die Laufzeit für 100 m beträgt $11{,}89\ s$.

c) Mittlere Geschwindigkeit des Läufers: $\frac{100m}{11{,}89s} = 8{,}41\ \frac{m}{s}$.

Lösung A3

a) Der Zug fährt bei $t = 0$ von der Station A aus zur Station B, die er nach 2 Stunden Fahrtzeit erreicht. Dann fährt er von Station B wieder nach Station A zurück mit einer Gesamtfahrtzeit von 4 Stunden.



b) Maximale Entfernung des Zuges vom Ausgangspunkt in $t = 2$ ist $80\ km$.

c) Mittlere Geschwindigkeit des Zuges im Zeitintervall $[0; 2]$:
$\frac{80km}{2h} = 40\ \frac{km}{h}$.

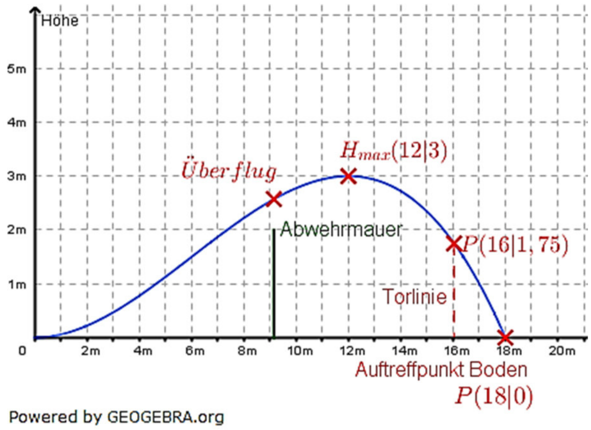
Lösung A4

a) Für die maximale Höhe liefert der WTR/GTR $h = 3\ m$ bei $x = 12\ m$.

b) $f(9{,}15) = 2{,}57$.
Der Ball überfliegt die Abwehrmauer (ca. 2 m).

c) $f(x) = 0$
$x = 18\ m$
Der Ball kommt nach $18\ m$ wieder auf den Boden.

d) $f(x) = 1{,}75$
Der WTR/GTR liefert $x = 16\ m$.
Das Tor ist 16 m entfernt, also an der Strafraumgrenze.



Lösung A5

a) Der Hund rennt von seinem Herrn weg, nach $20\ s$ hat er die größte Geschwindigkeit von $6\ m/s$ erreicht, nach $40\ s$ dreht er sich um $(v = 0)$ und rennt in Richtung seines Herrn zurück.

b) Aus den Punkten $(0|0)$, $(20|6)$ und $(40|0)$ ergibt sich eine Parabelgleichung $v(t) = -0{,}015t^2 + 0{,}6t$.