Level 2 – Fortgeschritten – Blatt 1

Dokument mit 15 Aufgaben

Hinweis:

In diesem Aufgabenblatt befinden sich Aufgaben zur besonderen Lage von Geraden.

Aufgabe A1

Wie liegen die Geraden g und h zueinander?

a) $g(x) = 0{,}75x - 3$
$h(x) = -\frac{4}{3}x - 3$

b) $g(x) = -\frac{9}{20}x + 4$
$h(x) = -0{,}45x - 1$

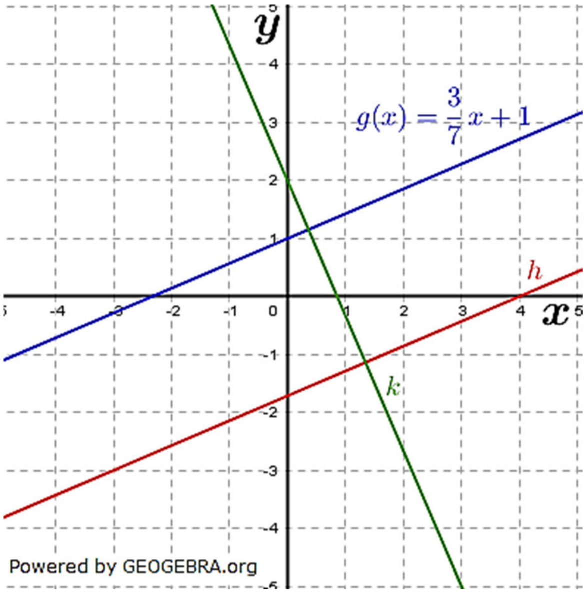
Aufgabe A2

Gegeben ist die Gerade g mit der Gleichung $g(x) = -\frac{2}{3}x + 2$.

a) Berechne die Koordinaten der Schnittpunkte von g mit den Koordinatenachsen.
b) Eine zweite Gerade h steht senkrecht auf g und verläuft durch den Punkt $P(-2|5{,}5)$. Bestimme die Gleichung der Geraden h.
c) Berechne die Koordinaten des Schnittpunktes von g und h.
d) In welchem Bereich verläuft die Gerade g oberhalb der Geraden h?

Aufgabe A3

Die Gerade g in nebenstehender Abbildung hat die Gleichung $g(x) = \frac{3}{7}x + 1$.
Bestimme die exakten Gleichungen der Geraden h und k.
Begründe deine Antwort.



Aufgabe A4

Gegeben ist die lineare Funktion f mit $f(x) = 1{,}75x + 8;\ x \in \mathbb{R}$.

a) Zeichne das Schaubild K von f in ein geeignetes Kooridnatensytsm ein.
b) Eine Gerade G schneidet die y–Achse in $S_y(0|1{,}5)$. Die Gerade wird um S_y gedreht, bis sie die Gerade f senkrecht schneidet. Bestimmen Sie die Koordinaten des gemeinsamen Punktes von K und G exakt.
c) K wird um 2 nach rechts verschoben und es entsteht die Gerade H. Wo schneidet H die y–Achse?

Aufgabe A5

Die Gerade g steht senkrecht auf der Geraden h. Bestimmen Sie m_h.

a) $m_g = 0{,}5\pi$ b) $m_g = \sqrt{2}$

c) $m_g = -\frac{2}{t}; t \neq 0$

Aufgabe A6

$A(-\sqrt{3t}|\frac{t}{3})$, $B(\sqrt{3t}|\frac{t}{3})$ und $C(0|t)$ sind die Eckpunkte eines Dreiecks. Für welchen Wert von t ist das Dreieck rechtwinklig.

Aufgabe A7

Zwei aufeinander senkrecht stehende Geraden schneiden sich in $A(-2|-1)$. Gib vier mögliche Geradengleichungen an.

Lösung A1

a) $g(x) = 0{,}75x - 3 \;=>\; m_g = 0{,}75$

$h(x) = -\frac{4}{3}x - 3 \;=>\; m_h = -\frac{4}{3}$

$m_g \cdot m_h = 0{,}75 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = -1 \;=>\; m_g \perp m_h$

$g(x) \cap h(x)$

$0{,}75x - 3 = -\frac{4}{3}x - 3$

$\frac{3}{4}x + \frac{4}{3}x = 0$

$x_S = 0$

$g(0) = -3$

g und h stehen senkrecht aufeinander und schneiden sich im Punkt $S_y(0|-3)$.

b) $g(x) = -\frac{9}{20}x + 4 \;=>\; m_g = -\frac{9}{20}$

$h(x) = -0{,}45x - 1 \;=>\; m_h = -0{,}45 = -\frac{9}{20}$

$m_g = m_h \;=>\; m_g \parallel m_h$

$g(0) = 4 \;=>\; P_g(0|4)$

$h(0) = -1 \;=>\; P_h(0|-1)$

Wegen $m_g = m_h \wedge P_h \notin g$ *ist* $m_g \parallel m_h$ *und verschieden.*

Lösung A2

$g(x) = -\frac{2}{3}x + 2$.

a) Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen:

$-\frac{2}{3}x + 2 = 0 \;=>\; x = 3$

$g(0) = 2$

$N(3|0);\; S_y(0|2)$

b) $m_g \cdot m_h = -1$

$-\frac{2}{3} \cdot m_h = -1 \;=>\; m_h = \frac{3}{2}$

$h(x) = \frac{3}{2}(x+2) + 5{,}5 \;\Rightarrow\; h(x) = \frac{3}{2}x + 8{,}5$

c) $g(x) \cap h(x)$

$-\frac{2}{3}x + 2 = \frac{3}{2}x + 8{,}5$

$-\frac{2}{3}x - \frac{3}{2}x = 6{,}5 \;=>\; x_S = -3$

$g(-3) = 4$

$g \cap h$ in $S(-3|4)$.

d) *Wegen* $m_g < 0$ *verläuft die Gerade* g *oberhalb der Geraden* h *im Intervall* $I =]-\infty; -3[$.

Lösung A3

Die Gerade h verläuft parallel zu g und geht durch den Punkt $P(4|0)$. Sie ist gegenüber g um 4 Stellen nach rechts verschoben.

$h(x) = \frac{3}{7}(x-4) \;\Rightarrow\; h(x) = \frac{3}{7}x - \frac{12}{7}$

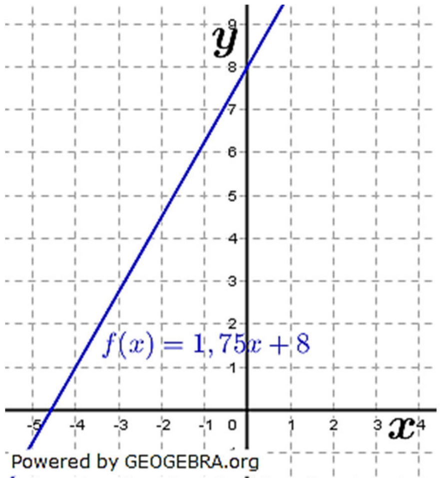
Die Gerade k steht senkrecht auf g und geht durch den Punkt $P(0|2)$.

$m_g \cdot m_k = -1 \;=>\; m_k = -\frac{7}{3}$.

$k(x) = -\frac{7}{3}x + 2$

Lösung A4

a) Siehe Graphik rechts.



b) Die Gerade G' mit beliebiger Steigung durch den Punkt $S_y(0|1{,}5)$ wird um denselben gedreht, bis die Gerade G senkrecht auf K steht.

Für die Steigung muss gelten:

$m_K \cdot m_G = -1$

$1{,}75 \cdot m_G = -1 \;=>\; m_G = -\frac{4}{7}$

Diese Gerade hat die Gleichung $g(x) = -\frac{4}{7}x + 1{,}5$.

$K \cap G$

$1{,}75x + 8 = -\frac{4}{7}x + 1{,}5$

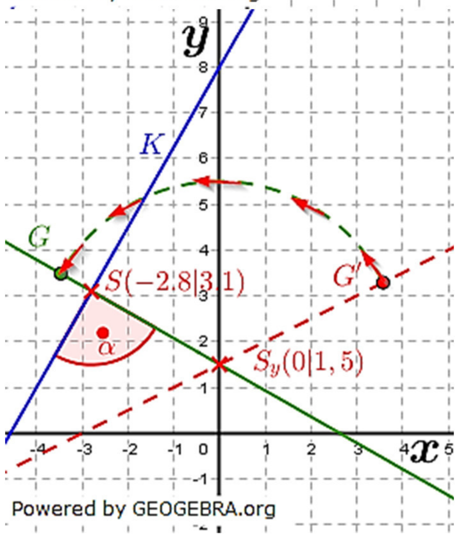
$\frac{7}{4}x + \frac{4}{7}x = -6{,}5$

$\frac{65}{28}x = -\frac{13}{2}$

$x = -\frac{13 \cdot 28}{2 \cdot 65} = -\frac{14}{5}$

$g\left(-\frac{14}{5}\right) = \frac{4 \cdot 14}{7 \cdot 5} + \frac{3}{2} = \frac{31}{10}$

$K \cap G$ in $S(-2{,}8|3{,}1)$



c) Gerade H aus K:

$h(x) = f(x-2)$

$h(x) = 1{,}75(x-2) + 8 \;\Rightarrow\; h(x) = 1{,}75x + 4{,}5$

H schneidet die y–Achse in $S_{y_H}(0|4{,}5)$.

Lösung A5

a) $m_h = -\frac{1}{0{,}5\pi} = -\frac{2}{\pi}$

b) $m_h = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$

c) $m_h = \frac{t}{2} = 0{,}5t;\; t \neq 0$

Lösung A6

Die Strecke $\overline{AB}$ ist die Grundseite, $\overline{AC}$ und $\overline{BC}$ sind die beiden Schenkel. Wegen $x_A = -\sqrt{3t}$ und $x_B = \sqrt{3t}$ ist das Dreieck ein gleichschenkliges Dreieck. Ist das Dreieck rechtwinklig, so muss $m_{\overline{AC}} \cdot m_{\overline{BC}} = -1$ sein.

$m_{\overline{AC}} = \frac{t - \frac{t}{3}}{0 - (-\sqrt{3t})} = \frac{2}{3 \cdot \sqrt{3t}}$

$m_{\overline{BC}} = \frac{t - \frac{t}{3}}{0 - \sqrt{3t}} = -\frac{2}{3 \cdot \sqrt{3t}}$

$m_{\overline{AC}} \cdot m_{\overline{BC}} = \frac{2}{3 \cdot \sqrt{3t}} \cdot \left(-\frac{2}{3 \cdot \sqrt{3t}}\right) = -\frac{4}{27t} = -1 \;\Rightarrow\; t = \frac{4}{27}$

Für $t = \frac{4}{27}$ ist das Dreieck ABC rechtwinklig.

Lösung A7

$f \perp g$ mit Schnittpunkt $A(-2|-1)$:

z. B.:

$f(x) = 0{,}5x$	$g(x) - 2(x+2) - 1 = -2x - 5$
$f(x) = x + 2 - 1$	$g(x) = -(x+2) - 1 = -x - 3$
$f(x) = -\frac{1}{4}x - \frac{3}{2}$	$g(x) = 4(x+2) - 1 = 4x + 7$
$f(x) = 2x + 3$	$g(x) = -\frac{1}{2}(x+2) - 1 = -\frac{1}{2}x - 2$ usw.