

Aufgabe A1

Der Graph der Funktion f mit $f(x) = 0,8x^3$ wird jeweils

- um 3 Einheiten in x -Richtung verschoben,
 - um -2 Einheiten in y -Richtung verschoben, an der x -Achse gespiegelt und um 2 Einheiten in x -Richtung verschoben,
 - mit dem Faktor 2 in Richtung der y -Achse gestreckt und um 3 Einheiten in y -Richtung verschoben,
 - um 1 Einheit in x -Richtung und um -4 Einheiten in y -Richtung verschoben.
- Gib jeweils den neuen Funktionsterm an.



Aufgabe A2

Eine Verkehrsstudie zum Schwerlastverkehr ergab, dass das Gewicht eines LKW mit der vierten Potenz in das Maß der Straßenschädigung eingeht.

- Wie erhöht sich die Schädigung der Straße für den Fall, dass das Gewicht des LKW verdoppelt wird?
- Vor ein paar Jahren war noch in Deutschland bei einem LKW eine Achslast von $100\,000\text{ N}$ (N : Newton) erlaubt. Heute beträgt der zulässige Wert $115\,000\text{ N}$.
Um wie viel Prozent stiegen die Schädigungen durch die vorgenommene Erhöhung der Achslast?
- Welche Erhöhung der Achslast darf man höchstens vornehmen, wenn man die Schädigung auf das Doppelte des ursprünglichen Wertes begrenzen will?

Aufgabe A3

Beurteile, ob die folgenden Aussage „immer“, „nie“ oder „unter bestimmten Bedingungen“ zutrifft. Gib gegebenenfalls die Bedingung an.

- Der Graph der Funktion f mit $f(x) = ax^n$ geht durch den Punkt $P\left(\frac{1}{2} \mid \frac{1}{2}a\right)$.
- Der Graph der Funktion f mit $f(x) = ax^n$ verläuft von „links oben“ nach „rechts unten“.
- Der Graph der Funktion f mit $f(x) = ax^2$ geht durch den Punkt $P(2 \mid 1)$.
- Der Graph der Funktion f mit $f(x) = -4x^n$ für gerades n verläuft von „links unten“ nach „rechts unten“.
- Die Graphen von $f(x) = ax^2$ und $g(x) = ax^4$ schneiden sich in zwei Punkten.

Aufgabe A4

Die Funktionen f , g und h haben die Funktionsgleichungen $f(x) = 4x^3$, $g(x) = x^5$ und $h(x) = 0,1x^4$. Bestimme die x -Werte, für die gilt:

- Die Funktionswerte von g und h sind gleich groß.
- Die Funktionswerte von h sind kleiner als die von f .
- Die Funktionswerte von f sind größer als die von g .

Aufgabe A5

Gib die Funktionsgleichung einer Potenzfunktion an, die zu der Aussage passt.

- Der zugehörige Graph ist achsensymmetrisch zur y -Achse.
- Der zugehörige Graph geht durch den Punkt $P(3|1)$.
- Die zugehörigen Funktionswerte $f(x)$ sind ≥ 0 .
- Verdoppelt man den x -Wert, so verachtfacht sich der zugehörige y -Wert.

Aufgabe A6

Das Volumen einer Kugel mit dem Radius r beträgt $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$, der Oberflächeninhalt beträgt $A = 4\pi r^2$.

- Ermittle den Term der Funktion, mit der man zu gegebenem Volumen V einer Kugel den Inhalt A ihrer Oberfläche berechnen kann.
- Begründe: Wird das Volumen verfünffacht, so wird der Inhalt der Kugeloberfläche ungefähr verdreifacht.

Aufgabe A7

Bei einem Windrad lässt sich die Leistung P (in Watt) mit der Windgeschwindigkeit v (in $\frac{m}{s}$) mit der Formel $P = 1000 \cdot v^3$ berechnen.

- Stelle den Graphen der Funktion P in einem geeigneten Koordinatensystem dar.
- Lies am Graphen ab, bei welcher Windgeschwindigkeit die Leistung P den Wert $5 \cdot 10^5 W$ hat.
- Überlege mithilfe des Graphen und der Funktionsgleichung drei Aufgaben. Lass dein Ergebnis von einem Mitschüler kontrollieren.
- Wo liegen aus deiner Sicht Vor- und Nachteile der Windenergie gegenüber anderen Energie-Trägern?



Lösung A1

$$f(x) = 0,8x^3$$

- a) 3 Einheiten in x -Richtung verschieben:
 $h(x) = f(x - 3) = 0,8 \cdot (x - 3)^3$
- b) um -2 Einheiten in y -Richtung verschieben, an der x -Achse spiegeln und um 2 Einheiten in x -Richtung verschieben:
 $h(x) = -f(x - 2) - 2 = -0,8 \cdot (x - 2)^3 - 2$
- c) mit dem Faktor 2 in Richtung der y -Achse strecken und um 3 Einheiten in y -Richtung verschieben:
 $h(x) = 2 \cdot f(x) + 3 = 1,6 \cdot x^3 + 3$
- d) um 1 Einheit in x -Richtung und um -4 Einheiten in y -Richtung verschieben
 $h(x) = f(x - 1) - 4 = 0,8(x - 1)^3 - 4$

Lösung A2

Sei x das Gewicht des LKWs und s ein Maß für die Straßenschädigung, so gilt:

$$s(x) = x^4$$

- a) Auswirkung bei Verdoppelung von x :
 $s(2x) = (2x)^4 = 16x^4$
 Bei Verdoppelung des Gewichtes versechzehnfacht sich die Straßenschädigung.
- b) $s(100000) = 100000^4$; $s(115000) = 115000^4$
 $\frac{s(115000)}{s(100000)} = \frac{115000^4}{100000^4} = \left(\frac{115000}{100000}\right)^4 = 1,15^4 = 1,75$
 Durch die vorgenommene Achslasterhöhung stiegen die Straßenschädigungen etwa um 75 % an.
- c) $2 = x^4$ | $\sqrt[4]{\quad}$
 $x \approx 1,189$
 Will man die Straßenschädigungen auf das doppelte des ursprünglichen Wertes begrenzen, so darf eine Achslasterhöhung maximal etwa 19 % betragen.

Lösung A3

- a) Der Graph der Funktion f mit $f(x) = ax^n$ geht durch den Punkt $P\left(\frac{1}{2} \mid \frac{1}{2}a\right)$
 Dies gilt nur für $n = 1$.
- b) Der Graph der Funktion f mit $f(x) = ax^n$ verläuft von „links oben“ nach „rechts unten“.
 Dies gilt nur für $a < 0$ und $n = 2k + 1$; $k \in \mathbb{Z}$
- c) Der Graph der Funktion f mit $f(x) = ax^2$ geht durch den Punkt $P(2 \mid 1)$
 Dies gilt nur für $a = \frac{1}{4}$
- d) Der Graph der Funktion f mit $f(x) = -4x^n$ für gerades n verläuft von „links unten“ nach „rechts unten“.
 Dies gilt nur für $n = 2k$; $k \in \mathbb{Z}$
- e) Die Graphen von $f(x) = ax^2$ und $g(x) = ax^4$ schneiden sich in zwei Punkten.
 Dies gilt nie (die beiden Graphen haben nur den Ursprung als gemeinsamen Punkt).

Lösung A4

$$f(x) = 4x^3, g(x) = x^5 \text{ und } h(x) = 0,1x^4$$

- a) Die Funktionswerte von g und h sind gleich groß:

$$g(x) \cap h(x)$$

$$x^5 = 0,1x^4$$

$$x^5 - 0,1x^4 = 0$$

$$x^4(x - 0,1) = 0$$

| Satz vom Nullprodukt

$$x_1 = 0; x_2 = 0,1$$

In den Stellen $x_1 = 0$ und $x_2 = 0,1$ sind die Funktionswerte von g und h gleich groß.

- b) Die Funktionswerte von h sind kleiner als die von f .

$$h(x) \cap f(x)$$

$$0,1x^4 = 4x^3$$

$$0,1x^4 - 4x^3 = 0$$

$$x^3(0,1x - 4) = 0$$

| Satz vom Nullprodukt

$$x_1 = 0; x_2 = 40$$

Wegen $0,1x^4$ stets > 0 für alle $x \in \mathbb{R}$ ist somit $h(x) < f(x)$ für $0 < x < 40$.

- c) Die Funktionswerte von f sind größer als die von g .

$$f(x) \cap g(x)$$

$$4x^3 = x^5$$

$$x^5 - 4x^3 = 0$$

$$x^3(x^2 - 4) = 0$$

| Satz vom Nullprodukt

$$x_1 = 0; x_2 = -2; x_3 = 2$$

$$f(-1) = -4; g(-1) = -1$$

$$f(1) = 4; g(1) = 1$$

$$f(x) > g(x) \text{ für } 0 < x < 2$$

Lösung A5

Potenzfunktion, die

- a) achsensymmetrisch zur y -Achse ist:

$$f(x) = x^4; g(x) = \frac{1}{x^2}$$

- b) durch den Punkt $P(3|1)$ geht:

$$f(x) = \frac{1}{9}x^2; g(x) = \frac{9}{x^2}$$

- c) Funktionswerte $f(x) \geq 0$ hat:

$$f(x) = x^6; g(x) = 5x^2$$

- d) verachtfachen y -Wert zum verdoppelten x -Wert aufweist:

$$f(x) = x^3.$$

Lösung A6

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3; A = 4\pi r^2$$

- a) Aus $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$ folgt $r^3 = \frac{3V}{4\pi} \rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$

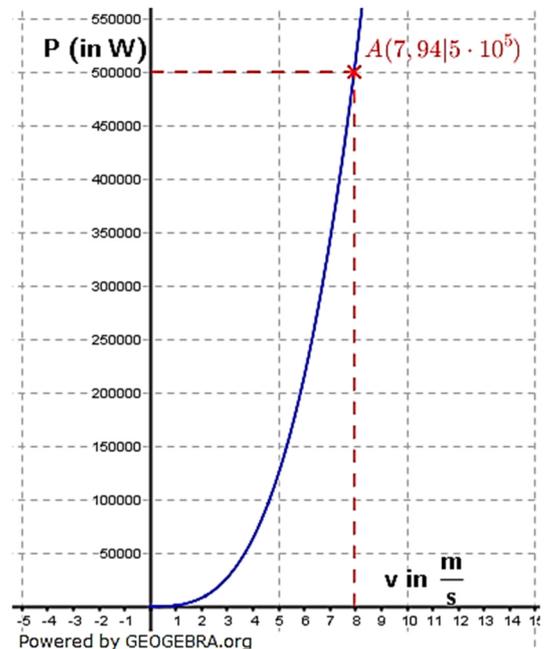
$$r \rightarrow A$$

$$A(V) = 4\pi \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}\right)^2 = 4\pi \cdot \left(\frac{3V}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}} = (64\pi^3)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{9V^2}{16\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{4\pi \cdot 9V^2} = \sqrt[3]{36\pi V^2}$$

- b) $A(5V) = \sqrt[3]{36\pi(5V)^2} = \sqrt[3]{36\pi 25V^2} = \sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{36\pi V^2} = 2,924 \cdot \sqrt[3]{36\pi V^2} \approx 3 \cdot A(V)$

Lösung A7

- a) Grafik siehe rechts.
- b) Bei Windgeschwindigkeit etwa $8 \frac{m}{s}$ bringt die Windkraftanlage eine Leistung von $5 \cdot 10^5 W$.
- c) Wenn sich die Windgeschwindigkeit verdoppelt, um das wieviel Fache vergrößert sich dann die Leistung? (Lösung: verachtfacht sich)
Wenn sich die Windgeschwindigkeit halbiert, um das wieviel Fache verkleinert sich dann die Leistung? (Lösung: ist nur noch $\frac{1}{8}$ der vorigen Leistung)
Welche Leistung bringt die Windkraftanlage bei Windstärke 12?
Lösung: Keine Leistung mehr, denn bei dieser Windstärke muss die Anlage aus Sicherheitsgründen abgeschaltet werden).



- d) Vorteile:
Kostenlos, dauerhaft und reichlich zu haben, im Gegensatz zur Sonnenergie auch nachts.
Geringster Platzbedarf gegenüber allen anderen Stromerzeugungsverfahren. Platz noch reichlich vorhanden, insbesondere im Offshore-Bereich.
Kein Ausstoß von Schadstoffen wie etwa Kohlendioxid, Stickoxid und Schwefeldioxid. Geringe CO₂-Bilanz bei Herstellung, Aufbau und Wartung.
Die Weiterentwicklung von Windkraftanlagen schafft neue Arbeitsplätze.
Windparkbau auf gemeindeeigenen Flächen lässt Pachtgelder der Stromkonzerne in den Haushalt fließen, was wiederum den Steuerzahlern zu Gute kommt.
- Nachteile:
Keine zuverlässige Energiequelle, nicht immer zu jeder Zeit am richtigen Ort verfügbar. Regelmäßig nur an Küsten und auf Bergen, dortselbst aber schwierig, Industrien anzusiedeln. Damit hohe Kosten für Stromtrassenführungen.
Da Wind nicht speicherbar ist, muss er sofort dort in transportfähigen Strom umgewandelt werden.
Selbst die gewaltigsten Windkraftanlagen sind nicht in der Lage, z. B. eine Großstadt vollständig mit Strom zu versorgen. Man bräuchte tausend dieser Anlagen, um ein modernes Kraftwerk zu ersetzen.
Aufgrund lästiger Geräusche sind Grenzwerte zu beachten und Mindestabstände zu Wohnanlagen einzuhalten.
Kritisch auch der Einfluss der Windkraftanlagen auf die Tierwelt, insbesondere die Vogelwelt. Nicht selten fliegen ganze Schwärme in die Rotorblätter und kommen dabei zu Tode.