Lösung A1

$f(x) = 0{,}8x^3$

a) 3 Einheiten in x-Richtung verschieben:
$h(x) = f(x-3) = 0{,}8 \cdot (x-3)^3$

b) um -2 Einheiten in y-Richtung verschieben, an der x-Achse spiegeln und um 2 Einheiten in x-Richtung verschieben:
$h(x) = -f(x-2) - 2 = -0{,}8 \cdot (x-2)^3 - 2$

c) mit dem Faktor 2 in Richtung der y-Achse strecken und um 3 Einheiten in y-Richtung verschieben:
$h(x) = 2 \cdot f(x) + 3 = 1{,}6 \cdot x^3 + 3$

d) um 1 Einheit in x-Richtung und um -4 Einheiten in y-Richtung verschieben
$h(x) = f(x-1) - 4 = 0{,}8(x-1)^3 - 4$

Lösung A2

Sei x das Gewicht des LKWs und s ein Maß für die Straßenschädigung, so gilt:
$s(x) = x^4$

a) Auswirkung bei Verdoppelung von x:
$s(2x) = (2x)^4 = 16x^4$
Bei Verdoppelung des Gewichtes versechzehnfacht sich die Straßenschädigung.

b) $s(100000) = 100000^4;\quad s(115000) = 115000^4$
$\frac{s(115000)}{s(100000)} = \frac{115000^4}{100000^4} = \left(\frac{115000}{100000}\right)^4 = 1{,}15^4 = 1{,}75$
Durch die vorgenommene Achslasterhöhung stiegen die Straßenschädigungen etwa um $75\,\%$ an.

c) $2 = x^4 \qquad | \quad \sqrt[4]{}$
$x \approx 1{,}189$
Will man die Straßenschädigungen auf das doppelte des ursprünglichen Wertes begrenzen, so darf eine Achslasterhöhung maximal etwa $19\,\%$ betragen.

Lösung A3

a) Der Graph der Funktion f mit $f(x) = ax^n$ geht durch den Punkt $P\left(\frac{1}{2}\middle|\frac{1}{2}a\right)$
Dies gilt nur für $n = 1$.

b) Der Graph der Funktion f mit $f(x) = ax^n$ verläuft von „links oben“ nach „rechts unten“.
Dies gilt nur für $a < 0$ und $n = 2k+1;\ \ k \in \mathbb{Z}$

c) Der Graph der Funktion f mit $f(x) = ax^2$ geht durch den Punkt $P(2|1)$
Dies gilt nur für $a = \frac{1}{4}$

d) Der Graph der Funktion f mit $f(x) = -4x^n$ für gerades n verläuft von „links unten“ nach „rechts unten“.
Dies gilt nur für $n = 2k;\ \ k \in \mathbb{Z}$

e) Die Graphen von $f(x) = ax^2$ und $g(x) = ax^4$ schneiden sich in zwei Punkten.
Dies gilt nie (die beiden Graphen haben nur den Ursprung als gemeinsamen Punkt).

Lösung A4

$f(x) = 4x^3$, $g(x) = x^5$ und $h(x) = 0{,}1x^4$

a) Die Funktionswerte von g und h sind gleich groß:

$g(x) \cap h(x)$
$x^5 = 0{,}1x^4$
$x^5 - 0{,}1x^4 = 0$
$x^4(x - 0{,}1) = 0$ | Satz vom Nullprodukt
$x_1 = 0;\quad x_2 = 0{,}1$

In den Stellen $x_1 = 0$ und $x_2 = 0{,}1$ sind die Funktionswerte von g und h gleich groß.

b) Die Funktionswerte von h sind kleiner als die von f.

$h(x) \cap f(x)$
$0{,}1x^4 = 4x^3$
$0{,}1x^4 - 4x^3 = 0$
$x^3(0{,}1x - 4) = 0$ | Satz vom Nullprodukt
$x_1 = 0;\quad x_2 = 40$

Wegen $0{,}1x^4$ stets > 0 für alle $x \in \mathbb{R}$ ist somit $h(x) < f(x)$ für $0 < x < 40$.

c) Die Funktionswerte von f sind größer als die von g.

$f(x) \cap g(x)$
$4x^3 = x^5$
$x^5 - 4x^3 = 0$
$x^3(x^2 - 4) = 0$ | Satz vom Nullprodukt
$x_1 = 0;\quad x_2 = -2;\quad x_3 = 2$
$f(-1) = -4;\quad g(-1) = -1$
$f(1) = 4;\quad g(1) = 1$
$f(x) > g(x)$ für $0 < x < 2$

Lösung A5

Potenzfunktion, die

a) achsensymmetrisch zur y-Achse ist:
$f(x) = x^4;\quad g(x) = \frac{1}{x^2}$

b) durch den Punkt $P(3|1)$ geht:
$f(x) = \frac{1}{9}x^2;\quad g(x) = \frac{9}{x^2}$

c) Funktionswerte $f(x) \geq 0$ hat:
$f(x) = x^6;\quad g(x) = 5x^2$

d) verachtfachten y-Wert zum verdoppelten x-Wert aufweist:
$f(x) = x^3$.

Lösung A6

$V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3;\quad A = 4\pi r^2$

a) Aus $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$ folgt $r^3 = \frac{3V}{4\pi} \rightarrow\quad r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$

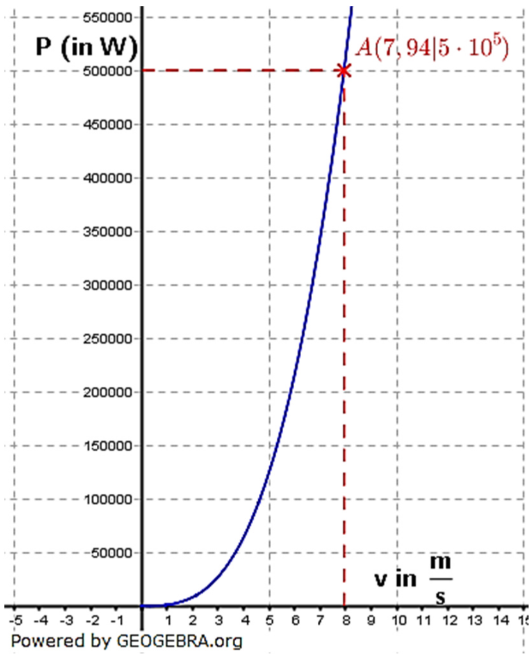
$r \rightarrow A$

$$A(V) = 4\pi \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}\right)^2 = 4\pi \cdot \left(\frac{3V}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}} = (64\pi^3)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{9V^2}{16\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{4\pi \cdot 9V^2} = \sqrt[3]{36\pi V^2}$$

b) $A(5V) = \sqrt[3]{36\pi(5V)^2} = \sqrt[3]{36\pi 25V^2} = \sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{36\pi V^2} = 2{,}924 \cdot \sqrt[3]{36\pi V^2} \approx 3 \cdot A(V)$

Lösung A7

a) Grafik siehe rechts.



b) Bei Windgeschwindigkeit etwa $8\frac{m}{s}$ bringt die Windkraftanlage eine Leistung von $5\cdot10^5\ W$.

c) Wenn sich die Windgeschwindigkeit verdoppelt, um das wieviel Fache vergrößert sich dann die Leistung?
(Lösung: verachtfacht sich)
Wenn sich die Windgeschwindigkeit halbiert, um das wieviel Fache verkleinert sich dann die Leistung?
(Lösung: ist nur noch $\frac{1}{8}$ der vorigen Leistung)
Welche Leistung bringt die Windkraftanlage bei Windstärke 12?
Lösung: Keine Leistung mehr, denn bei dieser Windstärke muss die Anlage aus Sicherheitsgründen abgeschaltet werden).

d) <u>Vorteile:</u>
Kostenlos, dauerhaft und reichlich zu haben, im Gegensatz zur Sonnenergie auch nachts.
Geringster Platzbedarf gegenüber allen anderen Stromerzeugungsverfahren.
Platz noch reichlich vorhanden, insbesondere im Offshore-Bereich.
Kein Ausstoß von Schadstoffen wie etwa Kohlendioxid, Stickoxid und Schwefeldioxid. Geringe CO2-Bilanz bei Herstellung, Aufbau und Wartung.
Die Weiterentwicklung von Windkraftanlagen schafft neue Arbeitsplätze.
Windparkbau auf gemeindeeigenen Flächen lässt Pachtgelder der Stromkonzerne in den Haushalt fließen, was wiederum den Steuerzahlern zu Gute kommt.
<u>Nachteile:</u>
Keine zuverlässige Energiequelle, nicht immer zu jeder Zeit am richtigen Ort verfügbar. Regelmäßig nur an Küsten und auf Bergen, dortselbst aber schwierig, Industrien anzusiedeln. Damit hohe Kosten für Stromtrassenführungen.
Da Wind nicht speicherbar ist, muss er sofort dort in transportfähigen Strom umgewandelt werden.
Selbst die gewaltigsten Windkraftanlagen sind nicht in der Lage, z. B. eine Großstadt vollständig mit Strom zu versorgen. Man bräuchte tausend dieser Anlagen, um ein modernes Kraftwerk zu ersetzen.
Aufgrund lästiger Geräusche sind Grenzwerte zu beachten und Mindestabstände zu Wohnanlagen einzuhalten.
Kritisch auch der Einfluss der Windkraftanlagen auf die Tierwelt, ins besondere die Vogelwelt. Nicht selten fliegen ganze Schwärme in die Rotorblätter und kommen dabei zu Tode.