Definition des Begriffs „Funktion"

In der Mathematik ist eine **Funktion** (lateinisch *functio*) oder **Abbildung** eine Beziehung (Relation) zwischen zwei Mengen, die jedem Element der Definitionsmenge (Funktionsargument, unabhängige Variable, *x*-Wert) ***genau ein und nur ein*** Element der Wertemenge (Funktionswert, abhängige Variable, *y*-Wert) zuordnet.

Potenzfunktionen

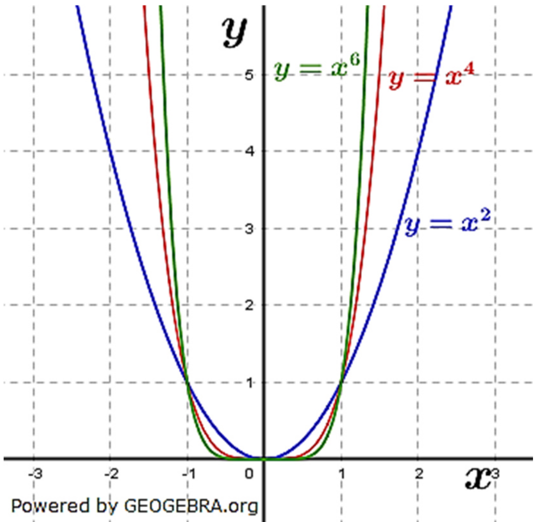
Unter Potenzfunktionen verstehen wir Funktionen mit einem einzelnen x-Glied welches eine rationale Potenz aufweist.
Die allgemeinen Form einer Potenzfunktion lautet:

$$f(x) = a(x-b)^q + c.$$

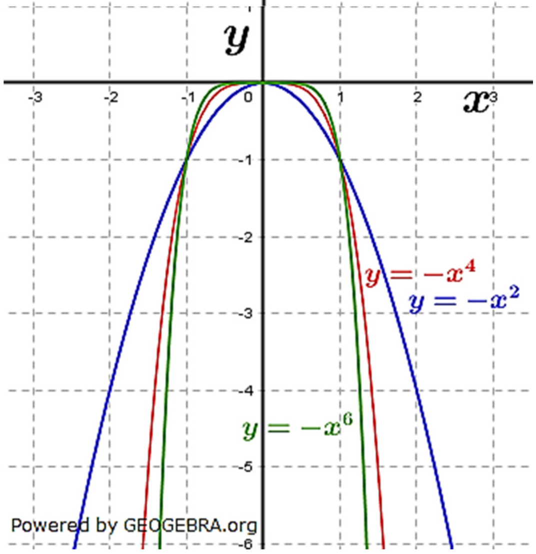
q ist dabei jede beliebige rationale Zahl, also ganzzahlig positiv, ganzzahlig negativ, oder eine Dezimalzahl bzw. ein endlicher Bruch.

Auswirkung positiver, ganzzahliger und gerader Werte von q

Zunächst betrachten wir uns die einfachste Form einer Potenzfunktion, nämlich $f(x) = x^q$ und sehen uns die Bedeutung der Hochzahl q an.
Wir betrachten $q \in \mathbb{N}$, also im Bereich der natürlichen Zahlen.
Die nebenstehende Abbildungen zeigt Graphen von Potenzfunktionen, deren Potenz im angegebenen Bereich liegt. Eine dieser Potenzfunktionen kennen wir schon aus dem Kapitel Quadratische Funktionen / Parabeln mit der Funktionsgleichung $p(x) = x^2$, die Funktionsgleichung einer Normalparabel. In der Graphik sehen wir nur geradzahlige Potenzen von x. Je größer die Potenz ist, umso schmäler wird der Graph der Funktion.



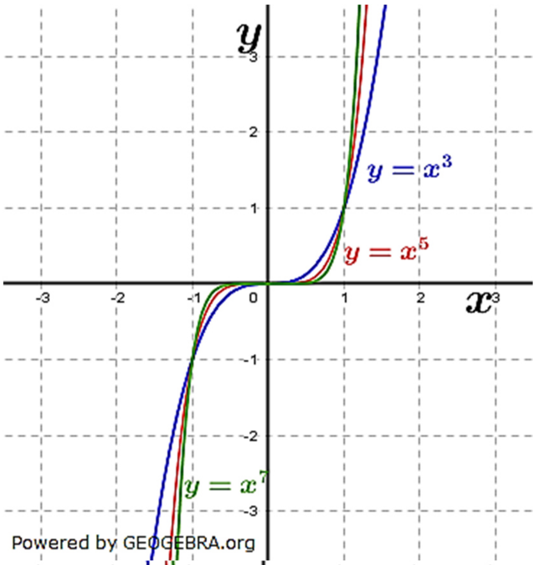
Ist das Vorzeichen von x ein Minuszeichen, so ist der Graph der Funktion an der x-Achse gespiegelt. Die Auswirkung der geraden Potenz von x ist identisch.



Potenzfunktionen mit ganzzahligen geraden Hochzahlen sind achsensymmetrisch zur y-Achse.

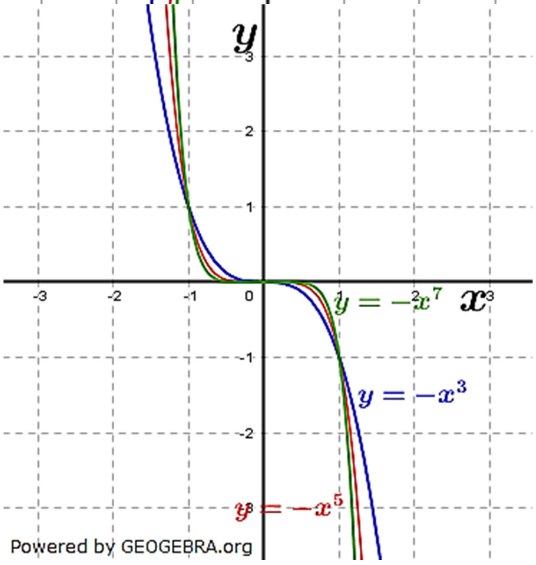
Auswirkung positiver, ganzzahliger und ungerader Werte von q

Sind die ganzzahligen Potenzen von x ungerade, gilt wie bei den geradzahligen Potenzen:
Je größer die Potenz ist, umso schmäler wird der Graph der Funktion. Der Graph verläuft aus dem III. Quadranten in den I. Quadranten.



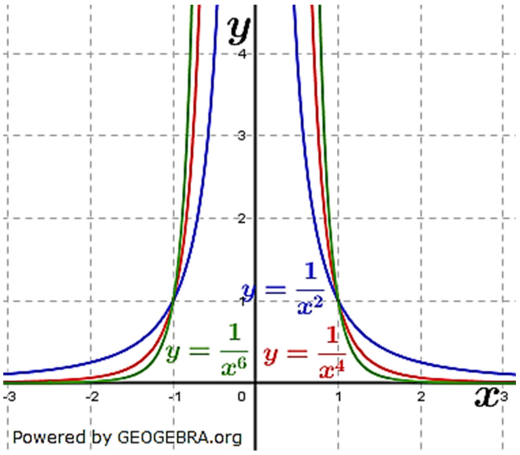
Ist das Vorzeichen von x ein Minuszeichen, so ist der Graph der Funktion an der x-Achse gespiegelt. Die Auswirkung der ungeraden Potenz von x ist identisch. Der Graph verläuft aus dem II. Quadranten in den IV. Quadranten.

Potenzfunktionen mit ganzzahligen ungeraden Hochzahlen sind punktsymmetrisch zu ihrem Wendepunkt.

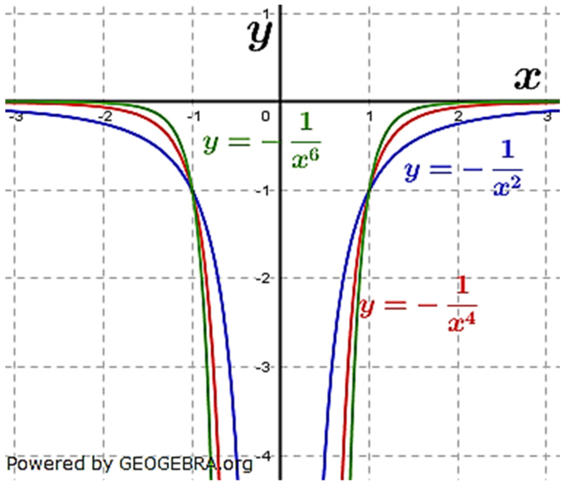


Auswirkung negativer, ganzzahliger gerader Werte von q

Nachdem wir die Auswirkungen von ganzzahligen positiven Exponenten kennengelernt haben, widmen wir uns den Auswirkungen von ganzzahligen negativen Exponenten.
Wir betrachten zunächst die Exponenten mit geraden negativen Zahlen. Die nebenstehende Grafik zeigt die Schaubilder der Funktionen f, g und h mit $f(x) = x^{-2}$, $g(x) = x^{-4}$ und $h(x) = x^{-6}$.
Der aufmerksame Beobachter erkennt, dass in der Grafik eine andere Schreibweise verwendet wurde, nämlich $f(x) = \frac{1}{x^2}$, $g(x) = \frac{1}{x^4}$ und $h(x) = \frac{1}{x^6}$. Hier wurden Potenzgesetze angewandt, nämlich die Umwandlung negativer Hochzahlen in positive Hochzahlen.



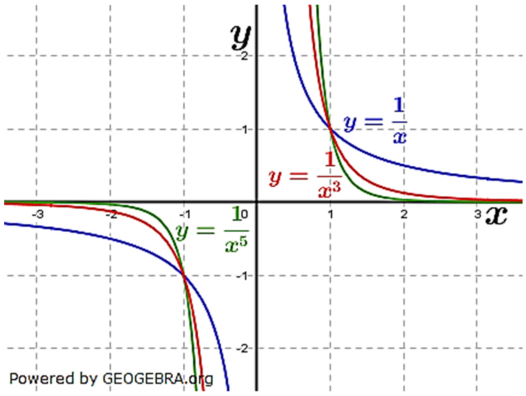
Je größer die Hochzahlen werden, umso steiler wird die Kurve, alle Kurven schneiden sich in den Punkten $S_1(-1|1)$ sowie $S_2(1|1)$. Die Funktionen sind in $x = 0$ nicht definiert, haben dort eine Definitionslücke.



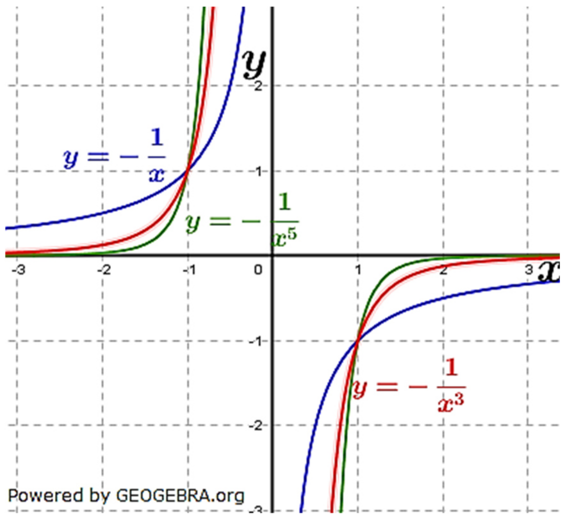
Ist das Vorzeichen von x ein Minuszeichen, so ist der Graph der Funktion an der x-Achse gespiegelt. Die Auswirkung der geraden Potenzen von x ist identisch. Der Graph verläuft im III. Quadranten in im IV. Quadranten.

Potenzfunktionen mit ganzzahligen negativen, geraden Hochzahlen sind achsensymmetrisch zur y-Achse.

Auswirkung negativer, ganzzahliger ungerade Werte von q



Wir betrachten die Exponenten mit ungeraden negativen Zahlen. Die nebenstehende Grafik zeigt die Schaubilder der Funktionen f, g und h mit $f(x) = x^{-1}$, $g(x) = x^{-3}$ und $h(x) = x^{-5}$.
Der aufmerksame Beobachter erkennt, dass in der Grafik eine andere Schreibweise verwendet wurde, nämlich $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = \frac{1}{x^3}$ und $h(x) = \frac{1}{x^5}$. Hier wurden Potenzgesetze angewandt, nämlich die Umwandlung negativer Hochzahlen in positive Hochzahlen.
Je größer die Hochzahlen werden, umso steiler wird die Kurve, alle Kurven schneiden sich in den Punkten $S_1(1|1)$ sowie $S_2(-1|-1)$. Die Funktionen sind in $x = 0$ nicht definiert, haben dort eine Definitionslücke.



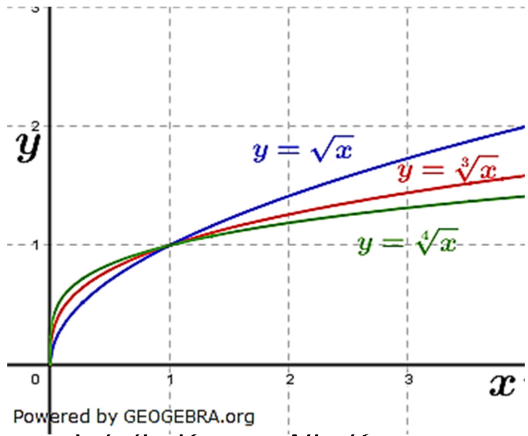
Ist das Vorzeichen von x ein Minuszeichen, so ist der Graph der Funktion an der x-Achse gespiegelt. Die Auswirkung der ungeraden Potenz von x ist identisch. Der Graph verläuft im II. Quadranten im IV. Quadranten.

Potenzfunktionen mit ganzzahligen negativen, ungeraden Hochzahlen sind punktsymmetrisch zum Ursprung.

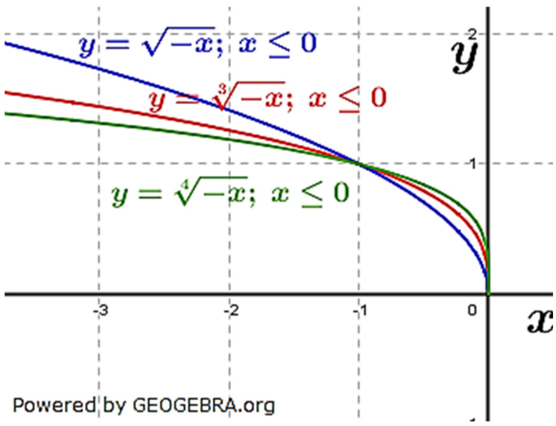
Die Schaubilder der Funktionen mit ungeraden negativen ganzen Hochzahlen haben einen eigenen Namen, man nennt sie Hyperbeln.

Auswirkung rationaler positiver Werte von q

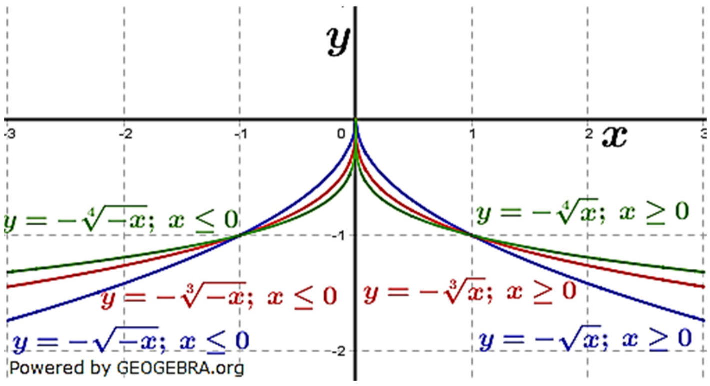
Nachdem wir die Auswirkungen von ganzzahligen Exponenten kennengelernt haben, widmen wir uns den Auswirkungen von rationalen sowohl positiven als auch negativen Exponenten.



Wir betrachten zunächst die positiven rationalen Zahlen. Die nebenstehende Grafik zeigt die Schaubilder der Funktionen f, g und h mit $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$, $g(x) = x^{\frac{1}{3}}$ und $h(x) = x^{\frac{1}{4}}$.
Der aufmerksame Beobachter erkennt, dass in der Grafik eine andere Schreibweise verwendet wurde, nämlich $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \sqrt[3]{x}$ und $h(x) = \sqrt[4]{x}$. Hier wurden Potenzgesetze angewandt, nämlich die Potenzdarstellung von Wurzeln.
Je kleiner die Hochzahlen werden, umso flacher wird die Kurve. Alle Kurven gehen sowohl durch $P(1|1)$ als auch durch den Ursprung. Sie sind in $O(0|0)$ zwar definiert, sind aber dort nicht differenzierbar.
Wir müssen zusätzlich feststellen, dass die Graphen der Funktionen ausschließlich im I. Quadranten verlaufen. Negative Werte von x kommen nicht vor, da negative Zahlen unter Wurzeln nicht zulässig sind.



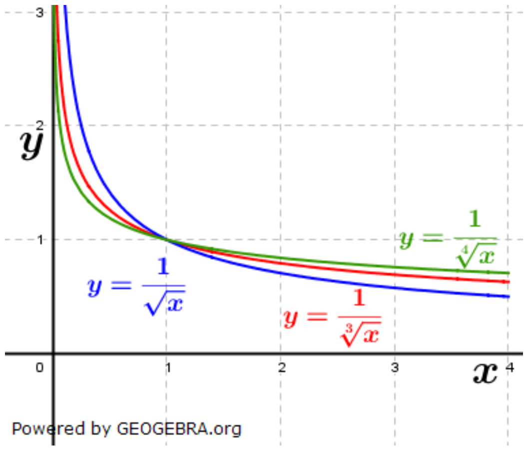
Allerdings müssen wir hier eine Einschränkung machen, denn wir können diese Funktionen ja an der y-Achse spiegeln. Die nebenstehende Grafik zeigt die Schaubilder der Funktionen f, g und h mit $f(x) = (-x)^{\frac{1}{2}}$, $g(x) = (-x)^{\frac{1}{3}}$ und $h(x) = (-x)^{\frac{1}{4}}$, alle mit $\mathbb{D} = \mathbb{R}^-$ (Definitionsbereich ist der negative reelle Zahlenbereich).
Der aufmerksame Beobachter erkennt, dass in der Grafik eine andere Schreibweise verwendet wurde, nämlich $f(x) = \sqrt{-x}$, $g(x) = \sqrt[3]{-x}$ und $h(x) = \sqrt[4]{-x}$, jeweils aber mit $x \le 0$. Im Übrigen gilt hier das zuvor beschriebene.



Ist das Vorzeichen von $f(x)$ ein Minuszeichen, so ist der Graph der Funktion an der x-Achse gespiegelt. Die Auswirkung rationaler Potenzen von x ist identisch mit dem oben Beschriebenen.
Die Schaubilder der Funktionen mit rationalen positiven Hochzahlen haben einen weiteren Namen, man nennt sie auch Wurzelfunktionen.

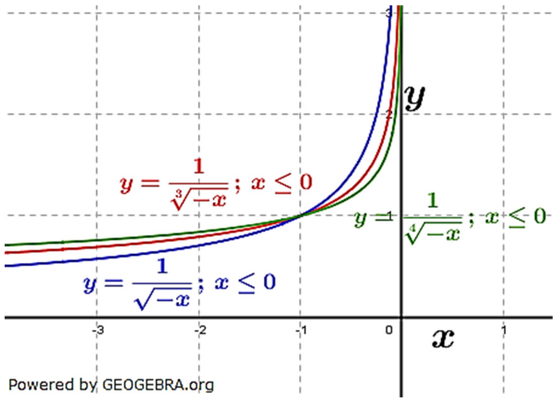
Auswirkung rationaler negativer Werte von q

Die nebenstehende Grafik zeigt die Schaubilder der Funktionen f, g und h mit rationalem negativem q. Die Funktionsgleichungen lauten: $f(x) = x^{-\frac{1}{2}}$, $g(x) = x^{-\frac{1}{3}}$ und $h(x) = x^{-\frac{1}{4}}$.
Der aufmerksame Beobachter erkennt, dass in der Grafik eine andere Schreibweise verwendet wurde, nämlich $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$, $g(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ und $h(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{x}}$. Hier wurden Potenzgesetze angewandt, nämlich zunächst Umwandlung negativer in positive Hochzahlen und dann die Potenzdarstellung von Wurzeln.

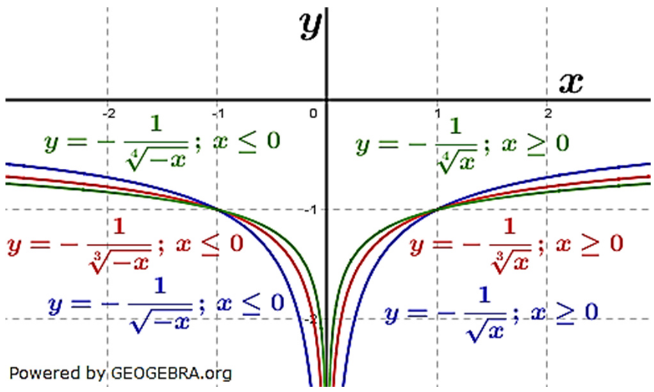


Je größer die Hochzahlen werden, umso flacher wird die Kurve. Alle Kurven gehen durch *P(1|1).* Die Funktionen sind für *x=0* nicht definiert.
Im Übrigen gilt das unter ganzzahlig negativen Werten von *q* Beschriebene.

Auch diese Funktionen können an der y-Achse gespiegelt werden. Es gilt das unter „Auswirkung rationaler positiver Werte von q„ Beschriebene analog.

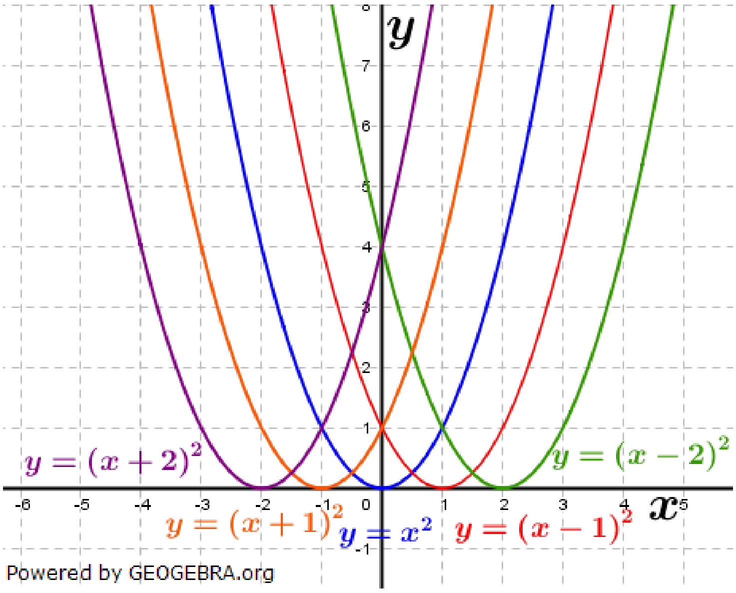


Ist das Vorzeichen von $f(x)$ ein Minuszeichen, so ist der Graph der Funktion an der x-Achse gespiegelt. Es gilt das „Auswirkung rationaler positiver Werte von q“ bereits Angeführte analog.



Auswirkung des Parameters b

Der Parameter b beeinflusst die Verschiebung des Graphen der Funktion in x-Richtung. Die nebenstehende Grafik verdeutlicht dies an Hand der Funktionsgleichung $f(x) = (x - b)^2$.
b ist in dieser Form der Gleichung gleichzeitig der Scheitelpunkt $S(b|0)$ auf der x-Achse.



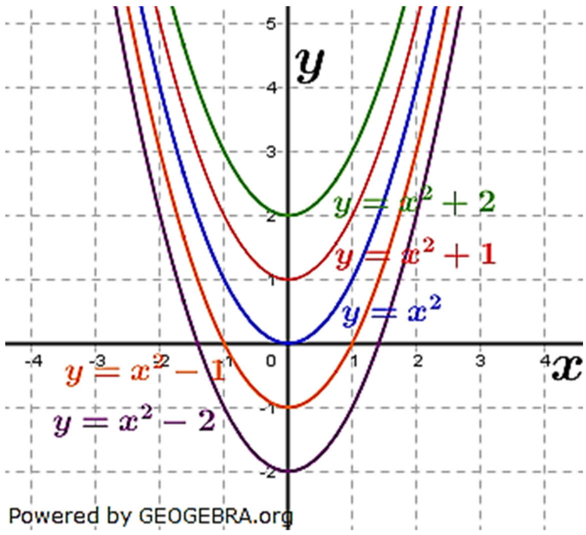
Für den Parameter b gilt:
Ist b positiv, wird der Graph in x-Richtung um die Anzahl Einheiten nach rechts verschoben, die durch den Wert von b angegeben ist.
Ist b negativ, wird der Graph in x-Richtung um die Anzahl Einheiten nach links verschoben, die durch den Wert von b angegeben ist.

Hinweis:

Ist b positiv, muss in der Funktionsgleichung $(x - b)^2$ angegeben werden.
Ist b negativ, muss in der Funktionsgleichung $(x + b)^2$ angegeben werden.

Auswirkung des Parameters c

Der Parameter c beeinflusst die Verschiebung des Graphen der Funktion in y-Richtung. Die nebenstehende Grafik verdeutlicht dies an Hand der Funktionsgleichung $f(x) = x^2 + c$.
c ist in dieser Form der Gleichung gleichzeitig der Schnittpunkt $S_y(0|c)$ mit der y-Achse.



Für den Parameter c gilt:
Ist c positiv, wird der Graph in y-Richtung um die Anzahl Einheiten nach oben verschoben, die durch den Wert von c angegeben ist.
Ist c negativ, wird der Graph in c-Richtung um die Anzahl Einheiten nach unten verschoben, die durch den Wert von c angegeben ist.

Definitions- und Wertebereich von Potenzfunktionen

Definitions- und Wertebereich (auch Definitionsmenge bzw. Wertemenge genannt) von Funktionen bestimmen den Verlauf des Graphen einer Funktion, so auch bei den Potenzfunktionen.
Zur Erinnerung hier noch einmal die Definition der beiden Bereiche:

Definitionsbereich (Definitionsmenge):
Der Definitionsbereich umfasst alle für eine Funktion gültigen x-Werte. Er wird mit $\mathbb{D}$ bzw. einfach nur D bezeichnet.

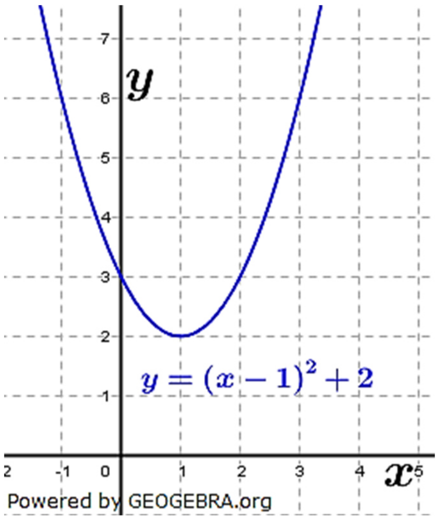
Wertebereich (Wertemenge):
Der Wertebereich umfasst alle für eine Funktion sich aus den gültigen x-Werten ergebende y-Werte. Er wird mit $\mathbb{W}$ bzw. einfach nur W bezeichnet.

Beispiel 1:

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = (x-1)^2 + 2$. Bestimme Definitions- und Wertbereich.

Lösung 1:

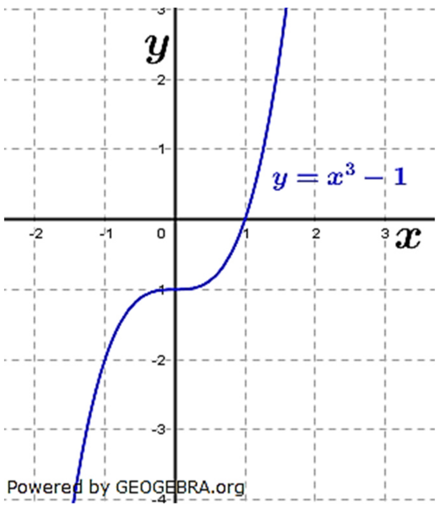
Die gegebene Funktion ist eine Potenzfunktion 2. Grades (Parabel). Aus dem nebenstehenden Graphen erkennen wir, dass alle reellen Zahlen der Variablen x zugeordnet werden können, da sich für jedes beliebige x ein ganz bestimmter Funktionswert $f(x) = y$ ergibt. Wir schreiben:
$\mathbb{D}\ x \in \mathbb{R}$ (sprich Definitionsbereich ist die Menge der reellen Zahlen)



Anders ist dies beim Wertebereich. Der tiefste Punkt des Graphen der Funktion hat den y-Wert $f(x) = 2$. Kleinere y-Werte können nicht vorkommen. Wir schreiben:
$\mathbb{W}\ y \in \mathbb{R} \geq 2$ (sprich der Wertebereich ist die Teilmenge der reellen Zahlen größer oder gleich zwei).

Beispiel 2:

Gegeben ist die Funktion mit $f(x) = x^3 - 1$. Bestimme Definitions- und Wertbereich.



Lösung 2:

Die gegebene Funktion ist eine Potenzfunktion 3. Grades. Aus dem nebenstehenden Graphen erkennen wir, dass alle reellen Zahlen der Variablen x zugeordnet werden können, da sich für jedes beliebige x ein ganz bestimmter Funktionswert $f(x) = y$ ergibt. Wir schreiben:
$\mathbb{D}\ x \in \mathbb{R}$ (sprich Definitionsbereich ist die Menge der reellen Zahlen)

Da der Graph der Funktion aus dem III. Quadranten in den I. Quadranten verläuft, gilt dies entsprechend auch für den Wertbereich. Wir schreiben:
$\mathbb{W}\ y \in \mathbb{R}$ (sprich der Wertebereich ist die Menge der reellen Zahlen).

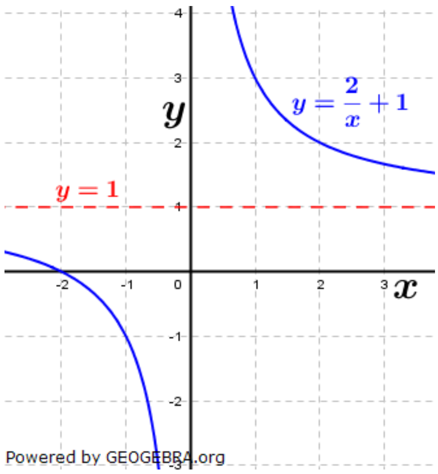
Beispiel 3:

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{2}{x} + 1$. Bestimme Definitions- und Wertbereich.

Lösung 3:

Die gegebene Funktion ist eine Potenzfunktion mit negativem Exponenten ($\frac{2}{x} = 2 \cdot x^{-1}$). Aus dem nebenstehenden Graphen erkennen wir, dass mit einer einzigen Ausnahme alle reellen Zahlen der Variablen x zugeordnet werden können, da sich für jedes beliebige x ein ganz bestimmter Funktionswert $f(x) = y$ ergibt. Die Ausnahme ist bei $x = 0$, denn dadurch wird ja der Nenner von f zu Null, was einer besonderen Betrachtung bedarf. Wir schreiben:

$\mathbb{D}\ x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ (sprich Definitionsbereich ist die Menge der reellen Zahlen mit Ausnahme der Null)



Für den Wertebereich ergibt sich auch eine Ausnahme, in obiger Grafik durch die Parallele zur x-Achse mit $y = 1$ gekennzeichnet. Für $x \to \pm\infty$ läuft $\frac{2}{x} \to 0$. Da jedoch $\frac{2}{x} = 0$ nie erreicht wird, kann die Funktion nie den Wert 1 annehmen. Wir schreiben:

$\mathbb{W}\ y \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ (sprich der Wertebereich ist die Menge der reellen Zahlen mit Ausnahme von 1).

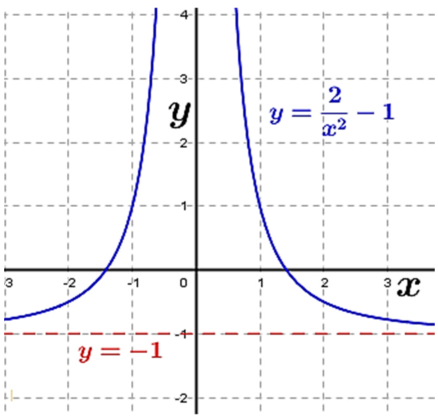
Beispiel 4:

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{2}{x^2} - 1$. Bestimme Definitions- und Wertbereich.

Lösung 4:

Die gegebene Funktion ist eine Potenzfunktion mit negativem Exponenten ($\frac{2}{x^2} = 2 \cdot x^{-2}$). Aus dem nebenstehenden Graphen erkennen wir, dass mit einer einzigen Ausnahme alle reellen Zahlen der Variablen x zugeordnet werden können, da sich für jedes beliebige x ein ganz bestimmter Funktionswert $f(x) = y$ ergibt. Die Ausnahme ist bei $x = 0$, denn dadurch wird ja der Nenner von f zu Null, was einer besonderen Betrachtung bedarf. Wir schreiben:

$\mathbb{D}\ x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ (sprich Definitionsbereich ist die Menge der reellen Zahlen mit Ausnahme der Null)



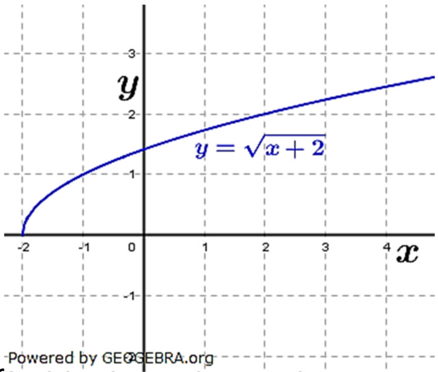
Für den Wertebereich ergibt sich auch eine Ausnahme, in obiger Grafik durch die Parallele zur x-Achse mit $y = -1$ gekennzeichnet. Für $x \to \pm\infty$ läuft $\frac{2}{x^2} \to 0$. Da jedoch $\frac{2}{x^2} = 0$ nie erreicht wird, kann die Funktion nie den Wert -1 annehmen. Wir schreiben:

$\mathbb{W}\ y \in \mathbb{R} > -1$ (sprich der Wertebereich ist die Teilmenge der reellen Zahlen größer als -1).

Beispiel 5:

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \sqrt{x+2}$. Bestimme Definitions- und Wertbereich.

Lösung 5:



Die gegebene Funktion ist eine Potenzfunktion mit rationalem Exponenten ($\sqrt{x+2} = (x+2)^{\frac{1}{2}}$. Aus dem nebenstehenden Graphen als auch aus dem Term unter der Wurzel erkennen wir, dass x-Werte kleiner als -2 nicht eingesetzt werden können, da sich für $x < -2$ ein negativer Wert unter der Wurzel ergibt. Wir schreiben:

$\mathbb{D}\ x \in \mathbb{R} \geq -2$ (sprich Definitionsbereich ist die Teilmenge der reellen Zahlen größer gleich -2)

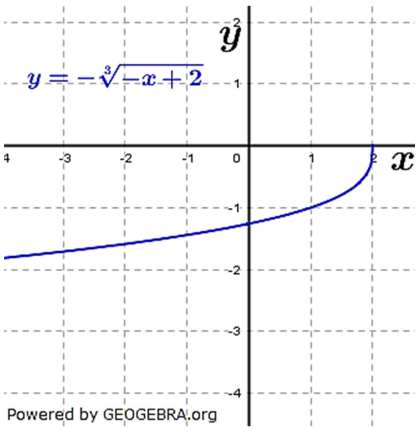
Für den Wertebereich erkennen wir ebenfalls aus der Grafik als auch aus der Funktionsgleichung, dass y-Werte kleiner als 0 nicht vorkommen können. Wir schreiben:

$\mathbb{W}\ y \in \mathbb{R}_+$ (sprich der Wertebereich ist die Teilmenge der positiven reellen Zahlen einschließlich der 0).

Beispiel 6:

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = -\sqrt[3]{-x+1};\ \ x < 0$. Bestimme Definitions- und Wertbereich.

Lösung 6:



Die gegebene Funktion ist eine Potenzfunktion mit rationalem Exponenten ($\sqrt[3]{-x+2} = (-x+2)^{\frac{1}{3}}$. Aus dem nebenstehenden Graphen als auch aus dem Term unter der Wurzel erkennen wir, dass x-Werte größer als 2 nicht eingesetzt werden können, da sich für $x > 2$ ein negativer Wert unter der Wurzel ergibt. Wir schreiben:

$\mathbb{D}\ x \in \mathbb{R} \leq 2$ (sprich Definitionsbereich ist die Teilmenge der reellen Zahlen kleiner gleich 2)

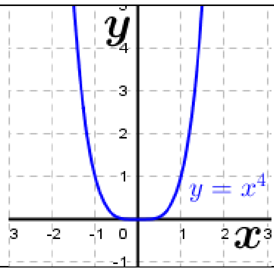
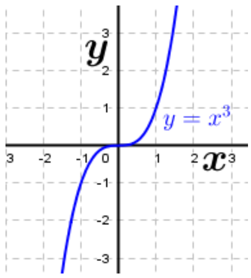
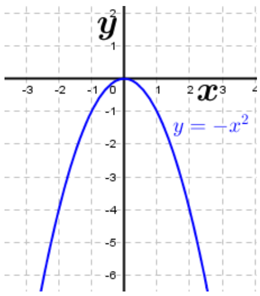
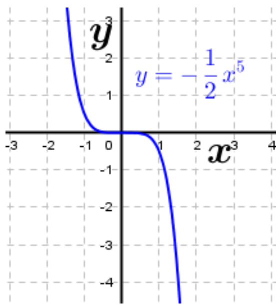
Für den Wertebereich erkennen wir ebenfalls aus der Grafik als auch aus der Funktionsgleichung, dass y-Werte größer als 0 nicht vorkommen können. Wir schreiben:

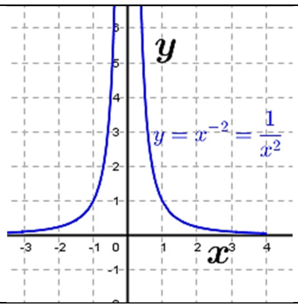
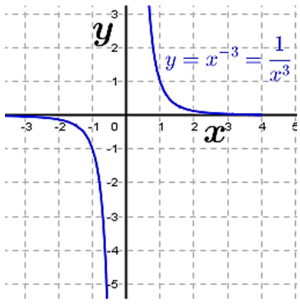
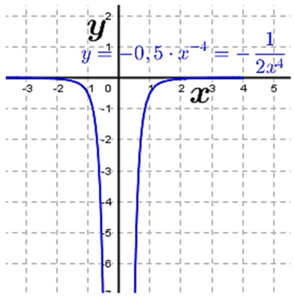
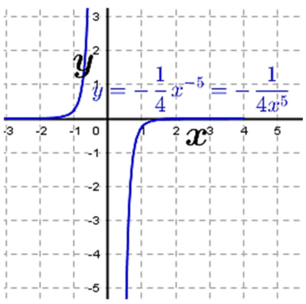
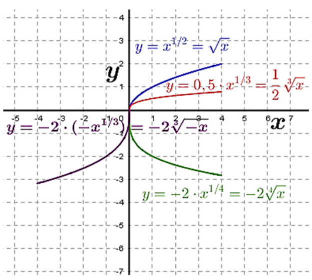
$\mathbb{W}\ y \in \mathbb{R}_-$ (sprich der Wertebereich ist die Teilmenge der negativen reellen Zahlen einschließlich der 0).

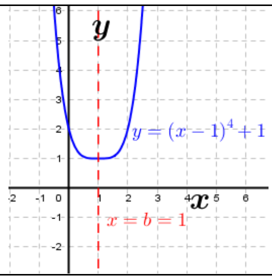
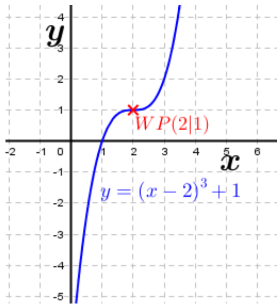
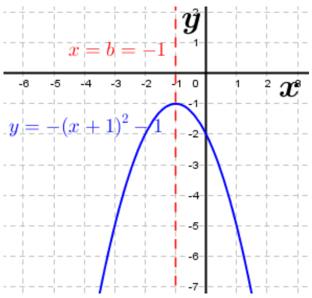
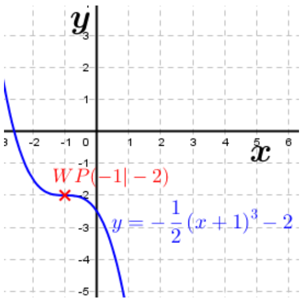
Symmetrien von Potenzfunktionen

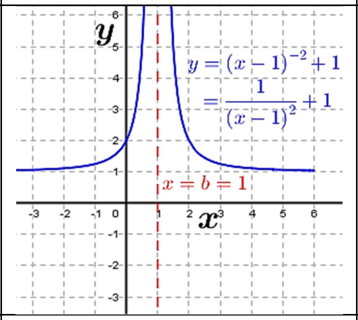
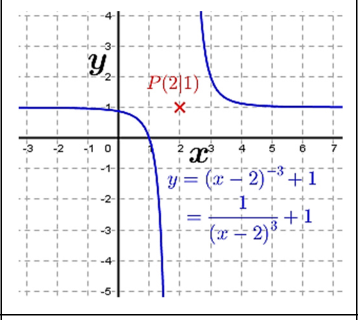
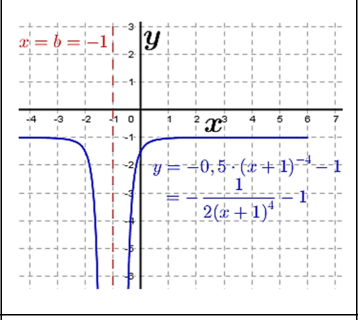
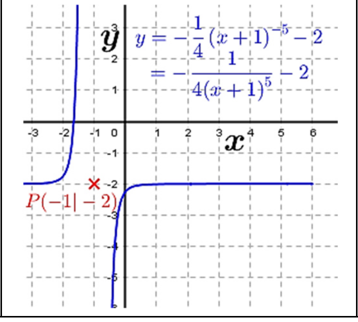
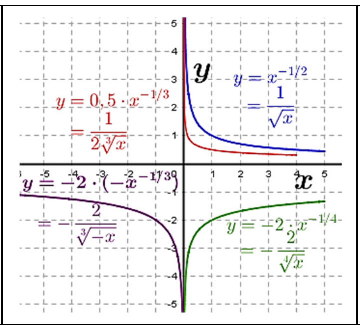
Auch Potenzfunktionen haben ein Symmetrieverhalten. Die nachfolgende Übersicht zeigt dir, bei welcher Art von Potenzfunktion welche Symmetrie vorliegt. Detaillierte Information über Symmetrien findest du im Kapitel
„Graphen und Funktionen analysieren“
hier im Portal.

Funktion $f(x) = a(x-b)^q + c;\ \ q\ \in\ \mathbb{R}$

Symmetrieverhalten für $a \neq 0,\ b = 0,\ c = 0$ und $\boldsymbol{q} \in \mathbb{N}^*$					
a	b	c	$\boldsymbol{q}$	Grafik	Symmetrie
$> \mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	ganzzahlig positiv *gerade*		achsensymmetrisch zur $\boldsymbol{y}$-Achse
$> \mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	ganzzahlig positiv *ungerade*		punktsymmetrisch zum Ursprung
$< \mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	ganzzahlig positiv *gerade*		achsensymmetrisch zur $\boldsymbol{y}$-Achse.
$< \mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	ganzzahlig positiv *ungerade*		punktsymmetrisch zum Ursprung

Symmetrieverhalten für $a \neq 0$, $b = 0$, $c = 0$ und $\boldsymbol{q} \in \mathbb{Z}_{-}^{*}$					
a	b	$\boldsymbol{c}$	$\boldsymbol{q}$	Grafik	Symmetrie
$> \mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	ganzzahlig negativ *gerade*		achsensymmetrisch zur $\boldsymbol{y}$-Achse
$> \mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	ganzzahlig negativ *ungerade*		punktsymmetrisch zum Ursprung
$< \mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	ganzzahlig negativ *gerade*		achsensymmetrisch zur $\boldsymbol{y}$-Achse.
$< \mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	ganzzahlig negativ *ungerade*		punktsymmetrisch zum Ursprung
Symmetrieverhalten für $a \neq 0$, $b = 0$, $c = 0$ und $\boldsymbol{q} \in \mathbb{Q}_{+}^{*}$					
$\neq \mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	rational $\frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{m}} > \mathbf{0}$		Potenzfunktionen mit rationalen positivem Exponenten $\frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{m}} > \mathbf{0}$ haben keine Symmetrie

Symmetrieverhalten für $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$ und $\boldsymbol{q} \in \mathbb{N}^*$					
a	b	$\boldsymbol{c}$	$\boldsymbol{q}$	Grafik	Symmetrie
$> \mathbf{0}$	$\neq \mathbf{0}$	$\neq \mathbf{0}$	rational positiv *gerade*		achsensymmetrisch zur Achse $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$
$> \mathbf{0}$	$\neq \mathbf{0}$	$\neq \mathbf{0}$	ganzzahlig positiv *ungerade*		punktsymmetrisch zum (Wende-) Punkt $\boldsymbol{W}(\boldsymbol{b}\|\boldsymbol{c})$
$< \mathbf{0}$	$\neq \mathbf{0}$	$\neq \mathbf{0}$	ganzzahlig positiv *gerade*		achsensymmetrisch zur Achse $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$
$< \mathbf{0}$	$\neq \mathbf{0}$	$\neq \mathbf{0}$	ganzzahlig positiv *ungerade*		punktsymmetrisch zum (Wende-) Punkt $\boldsymbol{W}(\boldsymbol{b}\|\boldsymbol{c})$

Symmetrieverhalten für $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$ und $\boldsymbol{q} \in \mathbb{Z}_-^*$					
a	b	c	q	Grafik	Symmetrie
$> \mathbf{0}$	$\neq \mathbf{0}$	$\neq \mathbf{0}$	ganzzahlig negativ *gerade*		achsensymmetrisch zur Achse $\boldsymbol{x = b}$
$> \mathbf{0}$	$\neq \mathbf{0}$	$\neq \mathbf{0}$	ganzzahlig negativ *ungerade*		punktsymmetrisch zum Punkt $\boldsymbol{P(b\|c)}$
$< \mathbf{0}$	$\neq \mathbf{0}$	$\neq \mathbf{0}$	ganzzahlig negativ *gerade*		achsensymmetrisch zur Achse $\boldsymbol{x = b}$
$< \mathbf{0}$	$\neq \mathbf{0}$	$\neq \mathbf{0}$	ganzzahlig negativ *ungerade*		punktsymmetrisch zum Punkt $\boldsymbol{P(b\|c)}$
Symmetrieverhalten für $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$ und $\boldsymbol{q} \in \mathbb{Q}_-^*$					
$\neq \mathbf{0}$	$\neq \mathbf{0}$	$\neq \mathbf{0}$	rational $\frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{m}} < \mathbf{0}$		Potenzfunktionen mit rationalen negativem Exponenten $\frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{m}} < \mathbf{0}$ haben keine Symmetrie