Lösung A1

Lösungshilfe:

Stelle die Scheitelform auf mit $f(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$ und mache damit eine Punktprobe mit P zur Bestimmung von a.

Detaillierte Lösung für

a) $S(2|2);\quad P(1|1)$

$f(x) = a(x-2)^2 + 2$	|	Scheitelform
$1 = a(1-2)^2 + 2$	|	Punktprobe mit P
$1 = a + 2$	|	-2
$a = -1$		
$f(x) = -(x-2)^2 + 2$	|	Scheitelform

b) $S(-3|6);\quad P(0|1)$

$f(x) = -\frac{5}{9}(x+3)^2 + 6$

c) $S(4|-7);\quad P(3|-6)$

$f(x) = (x-4)^2 - 7$

Lösung A2

Lösungshilfe:

Versuche den Lösungsansatz durch Feststellung, welche der gegebenen Produktformen zu welchem absoluten Glied c der Hauptform führen.

Detaillierte Lösung für a)

$f(x) = -x^2 + 2x + 15$

$c = 15$

$3 \cdot 5 = 15; (-3) \cdot (-5) = 15$

Nur das Ausmultiplizieren der Karte **E** führt zu $c = 15$.

Wir gehören zusammen:

a)	$f(x) = -x^2 + 2x + 15$	**E** $f(x) = -(x+5)(x-3)$
b)	$f(x) = 2x^2 - 5x - 42$	**N** $f(x) = 2(x-6)(x+3{,}5)$
c)	$f(x) = 3x^2 - 4x - 4$	**I** $f(x) = 3(x-2)\left(x+\frac{2}{3}\right)$
d)	$f(x) = -x^2 + 5x - 6$	**W** $f(x) = -(x-2)(x-3)$
e)	$f(x) = 2x^2 + 2x - 12$	**G** $f(x) = 2(x-2)(x+3)$
f)	$f(x) = 3x^2 - 6x + 3$	**N** $f(x) = 3(x-1)^2$

Das Lösungswort lautet „**GEWINN**“.

Lösung A3

Lösungshilfe:

Stelle die Produktformel durch Ausklammern auf und ermittle daraus die Nullstellen.

Detaillierte Lösung für a)

$f(x) = x^2 - 4x = x(x-4)$

$x(x-4) = 0$ | Satz vom Nullprodukt

$x_1 = 0; \quad x_2 = 4$

$N_1(0|0); \quad N_2(4|0)$

b) $f(x) = -x^2 + 2x = x(-x+2)$
$N_1(0|0); \quad N_2(2|0)$

c) $f(x) = -2x^2 + 6x = -2x(x-6)$
$N_1(0|0); \quad N_2(6|0)$

d) $f(x) = x^2 - 36$
$N_1(-6|0); \quad N_2(6|0)$

e) $f(x) = 2x^2 - 50 = 2(x^2 - 25)$
$N_1(-5|0); \quad N_2(5|0)$

f) $f(x) = -0{,}5x^2 + 8 = -0{,}5(x^2 - 16)$
$N_1(-4|0); \quad N_2(4|0)$

g) $f(x) = x^2 - 8x + 16 = (x-4)^2$
$N_1(4|0)$ doppelte Nullstelle.

h) $f(x) = 2x^2 - 4x + 2 = 2(x-1)^2$
$N_1(1|0)$ doppelte Nullstelle.

i) $f(x) = -0{,}5x^2 + 5x - 12{,}5 = -0{,}5(x-5)^2$
$N_1(5|0)$ doppelte Nullstelle.

Lösung A4

Lösungshilfe:

Bestimme die Nullstellen von und ermittle daraus den/die Bereich(e), in denen $f(x) > 0$ ist.
Ist die Parabel nach oben geöffnet, sind die y-Werte im Intervall von $-\infty$ bis zur linken Nullstelle, bzw. von der rechten Nullstelle bis $+\infty$ positiv.
Ist die Parabel nach unten geöffnet, sind die y-Werte im Intervall von der linken Nullstelle bis zur rechten Nullstelle positiv.

a) $f(x) = \frac{1}{2}(x-1)(x-3)$
$N_1(1|0); \; N_2(3|0)$
Parabel ist nach oben geöffnet:
$f(x) > 0$ für $-\infty \leq x < 1 \;\vee 3 < x \leq \infty$

b) $f(x) = -2(x+3)(x-5); \quad N_1(-3|0); \quad N_2(5|0)$
Parabel nach unten geöffnet:
$f(x) > 0$ für $-3 < x < 5$

c) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 8; \quad N_1(-4|0); \quad N_2(4|0)$
Parabel nach oben geöffnet:
$f(x) > 0$ für $-\infty \leq x < -4 \;\vee 4 < x \leq \infty$

d) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x; \; N_1(0|0); \; N_2(6|0)$
Parabel ist nach oben geöffnet:
$f(x) > 0$ für $-\infty \leq x < 0 \;\vee 6 < x \leq \infty$

e) $f(x) = -x^2 - 3x + 4 \;\; N_1(-4|0); \;\; N_2(1|0)$
Parabel nach unten geöffnet:
$f(x) > 0$ für $-4 < x < 1$

f) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 2{,}5 \;\; N_1(1|0); \;\; N_2(5|0)$
Parabel nach oben geöffnet:
$f(x) > 0$ für $-\infty \leq x < 1 \;\vee 5 < x \leq \infty$

Lösung A5

Lösungshilfe:
Nullstellen berechnest du mithilfe der sogenannten Mitternachtsformel. Du kannst hierfür sowohl die p/q-Formel als auch die abc-Formel verwenden. In diesem Portal wird ausschließlich die p/q-Formel verwendet.
Bei Verwendung der p/q-Formel musst du darauf achten, dass der Koeffizient von x^2 unbedingt 1 ist. Hierfür kannst du jederzeit durch Division der Gleichung mit dem eventuell vorhandenen Koeffizienten von x^2 sorgen.

a) $f(x) = x^2 - 2x - 4$
$x^2 - 2x - 4 = 0$
$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+4}$
$x_1 = 1 + \sqrt{5}; \quad x_2 = 1 - \sqrt{5}$

b) $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 2$
$-\frac{1}{4}x^2 + 2x - 2 = 0 \qquad | \quad \cdot -(4)$
$x^2 - 8x + 8 = 0$
$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{16-8}$
$x_1 = 4 + 2 \cdot \sqrt{2}; \quad x_2 = 4 - 2 \cdot \sqrt{2}$

c) $f(x) = 0{,}5x^2 - 5x + 12{,}5$
$0{,}5x^2 - 5x + 12{,}5 = 0 \qquad | \quad \cdot 2$
$x^2 - 10x + 25 = 0$
$x_{1,2} = 5 \pm \sqrt{25-25}$
$x_1 = 5$

Lösung A6

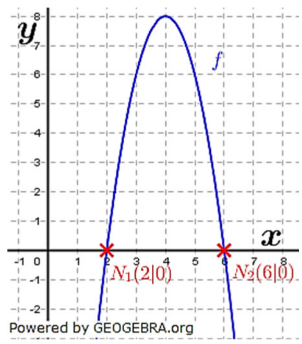
a) $f(x) = -x^2 + 3x = -x(x-3)$
$N_1(0|0); \; N_2(3|0) \; => \; x_S = 1{,}5$
$f(1{,}5) = -1{,}5^2 + 3 \cdot 1{,}5 = -2{,}25 + 4{,}5 = 2{,}25$
$S(1{,}5|2{,}25)$

b) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3x + 4{,}5 = \frac{1}{2}(x+3)^2$
$N_1(-3|0)$, doppelte Nullstelle => $N_1 = S$

c) $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 4$
$-\frac{1}{4}x^2 + 4 = 0$
$N_1(-4|0); \; N_2(4|0) \; => \; x_S = 0$
$f(0) = 4$
$S(0|4)$

Lösung A7

$f(x) = -2x^2 + 16x - 24.$
$-2x^2 + 16x - 24 = 0 \qquad | \quad :(-2)$
$x^2 - 8x + 12 = 0$
$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{16-12} = 4 \pm 2$
$x_1 = 6; \quad x_2 = 2$
Parabel nach oben geöffnet:
$f(x) > 0$ für $-\infty \leq x < 2 \vee 6 < x \leq \infty$



Lösung A8

Lösungshilfe:

Stelle die Nullstellenformel $f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$ mit x_1 und x_2 als Abszissenwerte der Nullstellen auf und mache dann eine Punktprobe mit P zur Berechnung von a.

a) $x_1 = 1;\ \ x_2 = 4$ und $P(3|1)$
$f(x) = a \cdot (x - 1) \cdot (x - 4)$ | Punktprobe mit $P(3|1)$
$1 = a \cdot (3 - 1) \cdot (3 - 4) = a \cdot 2 \cdot (-1) = -2a$
$a = -\frac{1}{2}$
$f(x) = -\frac{1}{2}(x - 1) \cdot (x - 4)$

b) $x_1 = -2;\ \ x_2 = 1$ und $P(2|8)$
$f(x) = a \cdot (x + 2) \cdot (x - 1)$ | Punktprobe mit $P(2|8)$
$8 = a \cdot (2 + 2) \cdot (2 - 1) = a \cdot 4 \cdot 1 = 4a$
$a = 2$
$f(x) = 2(x + 2) \cdot (x - 1)$

c) $x_1 = -1;\ \ x_2 = 4$ und $P(1|6)$
$f(x) = a \cdot (x + 1) \cdot (x - 4)$ | Punktprobe mit $P(1|6)$
$6 = a \cdot (1 + 1) \cdot (1 - 4) = a \cdot 2 \cdot (-3) = -6a$
$a = -1$
$f(x) = -(x + 1) \cdot (x - 4)$

Lösung A9

Lösungshilfe:

Berechne die Nullstellen der Funktion mit der p/q-Formel (alternativ abc-Formel) in Abhängigkeit von t. Prüfe dann die Diskriminante. Führen Werte von t zu einer positiven Diskriminante, so hat der Graph der Funktion zwei Nullstellen. Führen Werte von t zu einer Diskriminante gleich Null, so hat der Graph der Funktion eine Nullstelle. Führen Werte von t zu einer negativen Diskriminante, so hat der Graph der Funktion keine Nullstelle.

a) $f(x) = x^2 - 8x + t$
$x^2 - 8x + t = 0$
$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{16 - t}$ | p/q-Formel
$t = 16$ => eine Nullstelle
$t < 16$ => zwei Nullstellen
$t > 16$ => keine Nullstellen

b) $f(x) = -x^2 - 6x + t$
$-x^2 - 6x + t$
$x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{9 + t}$ | p/q-Formel
$t = -9$ => eine Nullstelle
$t < -9$ => keine Nullstellen
$t > -9$ => zwei Nullstellen

c) $f(x) = -2x^2 - 4x + t$
$-2x^2 - 4x + t = 0$
$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{4 + \frac{t}{2}}$ | p/q-Formel
$t = -8$ => eine Nullstelle
$t < -8$ => zwei Nullstellen
$t > -8$ => keine Nullstellen

Lösung A10

Lösungshilfe:
Der höchste Punkt des Balls liegt im Scheitel des Graphen der Funktion.
Der Ball trifft in der rechten Nullstelle wieder auf dem Boden auf.

$f(x) = -0{,}016x^2 + x = x(-0{,}016x + 1)$

$x_1 = 0; \quad x_2 = \frac{1}{0{,}016} = 62{,}5$

$x_S = \frac{x_2 - x_1}{2} = \frac{62{,}5 - 0}{2} = 31{,}25$

$y_S = f(31{,}25) = -0{,}016 \cdot 31{,}25^2 + 31{,}25 = 15{,}625$

Der Fußball erreicht eine Höhe von ca. $15{,}6\,m$ und trifft $62{,}5\,m$ weiter wirder auf dem Boden auf.