

Hinweis:

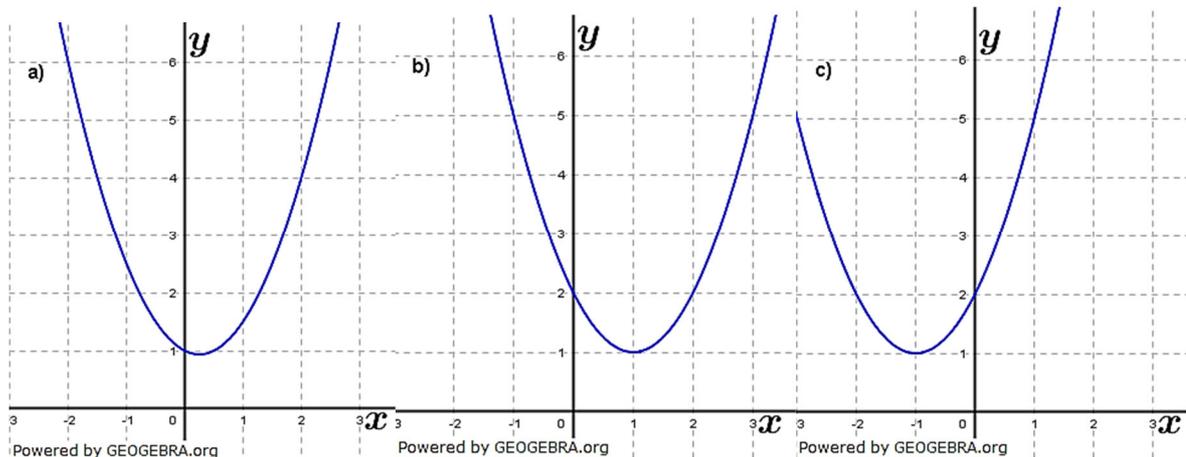
In diesem Aufgabenblatt befinden sich Aufgaben zu quadratischen Funktionen *mit Parameter* (Parabelscharen).



Aufgabe A1

Gegeben ist f_t mit $f_t(x) = x^2 - 0,5t^2x + t$; $x, t \in \mathbb{R}$.

Welche der nachfolgend abgebildeten Schaubilder gehören zu einer Funktion f_t , welche nicht? Begründe deine Entscheidung und ermittle gegebenenfalls den zugehörigen Wert von t .



Aufgabe A2

Gegeben ist für jedes $a \neq 0$ die Funktion f_a mit $f_a(x) = \frac{a}{2}x^2 - ax$; $x \in \mathbb{R}$.

K_a ist das Schaubild von f_a .

- Betrachten Sie K_a für verschiedene Werte von a und geben Sie drei gemeinsame Eigenschaften an.
- Für welchen Wert von a ist die 1. Winkelhalbierende Tangente an K_a ?
- Für welchen Wert von a ist 3 der größte Funktionswert?

Aufgabe A3

Gegeben ist für $t \in \mathbb{R}$ die Funktion f_t mit $f_t(x) = \frac{4}{9}(x-6)(x-t)$; $x \in \mathbb{R}$.

K_t ist das Schaubild von f_t .

- Zeichne K_t für drei verschiedene Werte von t .
- Wo schneidet K_t die Koordinatenachsen?
Für welchen t -Wert hat f_t genau eine Nullstelle? Interpretiere.
- Der Schnittpunkt von K_t mit der x -Achse und der Punkt $S(3| -t)$ sind für $0 < t < 6$ die Eckpunkte eines Dreiecks mit dem Inhalt $A(t)$. Bestimme t so, dass $A(t) = 4$ ist.
- Welche Ursprungsgerade ist Tangente an K_0 ?

Aufgabe A4

Bestimme die gemeinsamen Punkte der folgenden Funktionen in Abhängigkeit von t :

- a) $f_t(x) = t \cdot (x - 1)^2$ und $g(x) = 1$ mit $t \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$
 b) $f_t(x) = x^2 + 4t - 2t^2$ und $g(x) = -x^2 + 4x$ mit $t \in \mathbb{R}$

Aufgabe A5

Gegeben seien die Funktionen $f(x) = \frac{1}{2}(x + 1)^2 - 2$ und $g_t(x) = -\frac{1}{2}(x - 3)^2 + t$; $t \in \mathbb{R}$.

- a) Berechne alle Achsenschnittpunkte von f .
 b) Berechne alle Achsenschnittpunkte von g_t in Abhängigkeit von t .
 c) Für welche t haben die Schaubilder von f und g_t
 - zwei Schnittpunkte
 - einen Berührungspunkt
 - keinen gemeinsamen Punkt?

Aufgabe A6

Welchen Wert muss t annehmen, damit das Schaubild der Funktion $f_t(x) = tx^2 + (t + 1)x$ die Gerade $g(x) = -1$ gerade berührt?
 Bestimme die Koordinaten des Berührungspunktes.

Aufgabe A7

Welchen Wert muss t annehmen, damit das Schaubild der Funktion $f_t(x) = x^2 - tx + 72$ die nach unten geöffnete Normalparabel $p(x) = -x^2$ gerade berührt?
 Bestimme die Koordinaten des Berührungspunktes.

Aufgabe A8

Bestimme die Gleichung der Ortskurve der Scheitelpunkte von f_t und zeichne die Ortskurve und die Schaubilder von f_t für $t \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$ in ein gemeinsames Koordinatensystem.

- a) $f_t(x) = 2x^2 - 2tx + \frac{t^2}{4} + 1$ für $-3 \leq x \leq 3$ und $-2 \leq y \leq 4$
 b) $f_t(x) = 2x^2 - 2tx + \frac{t^2}{4} + t - 1$ für $-3 \leq x \leq 3$ und $-7 \leq y \leq -2$
 c) $f_t(x) = -2x^2 + 2tx - \frac{t^2}{4} + t + 1$ für $-3 \leq x \leq 3$ und $-2 \leq y \leq 7$
 d) $f_t(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2tx + 4t - 1$ für $-2 \leq x \leq 6$ und $-2 \leq y \leq 6$

Aufgabe A9

Auf einer Cerealienpackung ist der Zugangscode für ein low-cost (d.h. von einem Informatikkurs programmierten) Computerspiel abgedruckt, dessen Hintergrundlandschaft durch die Parabeln $f_t(x) = -\frac{t}{2}x^2 + t^2x - \frac{t^3}{2} + \frac{t^2}{2} + 2$ beschrieben wird.

Skizziere die Parabeln für $t \in \{\pm 2; \pm 1; 0\}$ in ein gemeinsames Koordinatensystem und zeige rechnerisch, dass die Ortskurve der Scheitelpunkte sich durch die Gleichung $o(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2$ beschreiben lässt.