

## Lösung A1

$$K_n = K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot \dots \cdot q_n$$

a)  $K_3 = 15000 \cdot 1,028 \cdot 1,032 \cdot 1,036 = 16486,32$

*Das Kapital nach 3 Jahren beträgt 16 486,32 €.*

b)  $Z_1 = K_1 - K_0; Z_2 = K_2 - K_1; Z_3 = K_3 - K_2$

$$K_1 = 15000 \cdot 1,028 = 15420,00$$

$$K_2 = 15000 \cdot 1,028 \cdot 1,032 = 15913,44$$

$$K_3 = 106486,32$$

$$Z_1 = 15420 - 15000 = 420,00$$

$$Z_2 = 15913,44 - 15420,00 = 493,44$$

$$Z_3 = 16486,32 - 15913,44 = 572,88$$

*Die Zinsen betragen:*

*Im 1. Jahr 420,00 €, im 2. Jahr 493,44 € und im 3. Jahr 572,88 €.*

c)  $K_n = K_0 \cdot q^n$

$$K_3 = 15000 \cdot 1,032^3 = 16486,57$$

*Bei gleichbleibendem Zinssatz wäre das Kapital auf 16 486,57 € angestiegen.*

## Lösung A2

$$K_n = K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot \dots \cdot q_n$$

a)  $K_2 = K_0 \cdot 1,03 \cdot 1,04 = 4284,40$

$$4284,40 = K_0 \cdot 1,0712$$

$$K_0 = 3999,63$$

*Das ursprünglich angelegte Kapital betrug 3 999,63 €.*

b)  $Z_{ges} = K_2 - K_0 = 4284,40 - 3999,63 = 284,77$

*Es sind insgesamt 284,77 € Zinsen angefallen.*

$$Z_1 = K_1 - K_0; Z_2 = Z_{ges} - Z_1$$

$$Z_1 = 3999,63 \cdot 1,03 - 3999,63 = 4119,62 - 3999,63 = 119,99$$

$$Z_2 = 284,77 - 119,99 = 164,78$$

$$q_{1,2} = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{164,78}{119,99} = 1,3733$$

$$p_{1,2} \% = (1,3733 - 1) \cdot 100 \approx 37,3 \%$$

*Im zweiten Jahr sind es 37,3 % mehr Zinsen als im ersten Jahr.*

c) Beide Jahre mit 3,5 %:

$$K_2 = K_0 \cdot 1,035^2$$

Beide Jahre mit je 3,0 % im ersten und 4,0 % im zweiten Jahr:

$$K_2 = K_0 \cdot 1,03 \cdot 1,04$$

*Wegen  $1,035^2 = 1,071225$  nicht gleich  $1,03 \cdot 1,04 = 1,0712$  kann man nicht in beiden Jahren mit 3,5 % Zinsen rechnen.*

## Lösung A3

$$K_n = K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot \dots \cdot q_n; K_0 = 12\,000 \text{ €}; K_3 = 13\,498,06 \text{ €}$$

a)  $K_3 = K_0 \cdot 1,035 \cdot 1,04 \cdot q_3$

$$13498,06 = 12000 \cdot 1,035 \cdot 1,04 \cdot q_3$$

$$13498,06 = 12916,80 \cdot q_3 \quad | \quad : 12916,80$$

$$q_3 = 1,045$$

$$p_3 \% = (1,045 - 1) \cdot 100 = 4,5 \%$$

*Im 3. Jahr wurden 4,5 % Zinsen gewährt.*

Level 2 – Fortgeschritten – Blatt 2

b)  $Z_1 = K_1 - K_0; Z_2 = K_2 - K_1; Z_3 = K_3 - K_2$

$$K_1 = 12000 \cdot 1,035 = 12420,00$$

$$K_2 = 12000 \cdot 1,035 \cdot 1,04 = 12916,80$$

$$K_3 = 13\,498,06 \text{ €} \quad | \quad \text{gegeben}$$

$$Z_1 = K_1 - K_0 = 12420,00 - 12000 = 420$$

$$Z_2 = K_2 - K_1 = 12916,80 - 12420,00 = 496,80$$

$$Z_3 = K_3 - K_2 = 13498,06 - 12916,80 = 591,26$$

Am Ende des ersten Jahres wurden 420 €, des zweiten Jahres 496,80 € und des dritten Jahres 591,26 € Zinsen gutgeschrieben.

## Lösung A4

$$K_n = K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot \dots \cdot q_n \text{ für Typ B,}$$

$$K_n = K_0 + K_0 \cdot \left( \frac{p_1\%}{100} + \frac{p_2\%}{100} + \frac{p_3\%}{100} + \frac{p_4\%}{100} + \frac{p_5\%}{100} + \frac{p_6\%}{100} \right) \text{ für Typ A.}$$

a)  $K_7 = 2000 \cdot 1,0225 \cdot 1,0237 \cdot 1,0258 \cdot 1,0275 \cdot 1,029 \cdot 1,0308 \cdot 1,0321$

$$K_7 = 2415,58$$

Nach 7 beträgt das Kapital 2 415,58 €.

b)  $7742,38 = K_0 \cdot 1,0225 \cdot 1,0237 \cdot 1,0258 \cdot 1,0275 \cdot 1,029 \cdot 1,0308 \cdot 1,0321$

$$7742,38 = 1,207791887 \cdot K_0 \quad | \quad : 1,207791887$$

$$K_0 = 6410,36$$

Vor 7 Jahren wurden 6 410,36 € angelegt.

c)  $K_7 = K_0 \cdot q^7$

$$7742,38 = 6410,36 \cdot q^7 \quad | \quad : 6410,36$$

$$1,207791762 = q^7 \quad | \quad \sqrt[7]{\quad}$$

$$q = 1,0273$$

$$p\% = (1,0273 - 1) \cdot 100 = 2,73\%$$

Mit etwa 2,75 % festem Zinssatz hätte man das gleiche Ergebnis erzielt.

d) Typ A:

$$K_6 = 3000 + 3000 \cdot (0,025 + 0,0237 + 0,0258 + 0,0274 + 0,0288 + 0,0305)$$

$$K_6 = 3000 \cdot 1,1612 = 3483,60$$

$$q_{gesA} = \frac{3483,60}{3000} = 1,1612$$

Typ B:

$$K_6 = 3000 \cdot 1,0225 \cdot 1,0237 \cdot 1,0258 \cdot 1,0275 \cdot 1,029 \cdot 1,0308$$

$$K_6 = 3000 \cdot 1,170227581 = 3510,68$$

$$q_{gesB} = \frac{3510,68}{3000} = 1,1702$$

Die Rendite von Typ B ist etwa 1 % besser als die von Typ A.

## Lösung A5

Die Reihenfolge der Zinssätze hat keinen Einfluss auf das Endergebnis.

Begründung:

Nach dem Kommutativgesetz gilt:

$$K_3 = K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 = K_0 \cdot q_3 \cdot q_2 \cdot q_1$$

## Lösung A6

$$K_3 = K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3$$

$$\text{a) } 22659,33 = (20000 \cdot 1,0375 + 871,50) \cdot q_3 = 21621,50 \cdot q_3$$

$$22659,33 = 21621,50 \cdot q_3 \quad | \quad : 21621,50$$

$$q_3 = 1,048$$

$$p_3 \% = (1,048 - 1) \cdot 100 = 4,8 \%$$

Der Zinssatz im 3. Jahrbetrag 4,8 %.

$$q_2 = \frac{K_2}{K_1}$$

$$K_1 = 20000 \cdot 1,0375 = 20750,00$$

$$K_2 = K_1 + 871,50 = 20750,00 + 871,50 = 21621,50$$

$$q_2 = \frac{21621,50}{20750} = 1,042$$

$$p_2 \% = (1,042 - 1) \cdot 100 = 4,2 \%$$

Der Zinssatz im 2. Jahrbetrag 4,2 %.

$$\text{b) } q_{ges} = \frac{K_3}{K_0} = \frac{22659,33}{20000} = 1,133$$

$$p_{ges} \% = (1,133 - 1) \cdot 100 = 13,3 \%$$

Das Kapital hat insgesamt 13,3 % zugenommen.

$$\text{c) } K_3 = K_0 \cdot q^3$$

$$22659,33 = 20000 \cdot q^3 \quad | \quad : 20000$$

$$q^3 = 1,1329665 \quad | \quad \sqrt[3]{\quad}$$

$$q = 1,0425$$

$$p \% = (1,0425 - 1) \cdot 100 = 4,25 \%$$

Der Zinssatz hätte 4,25 % betragen müssen.

## Lösung A7

$$K_3 = K_0 \cdot q_1^2 \cdot q_3$$

$$\text{a) } K_3 = 5000 + 629,64 = 5629,64$$

$$5629,64 = 5000 \cdot q_1^2 \cdot 1,045$$

$$5629,64 = 5225 \cdot q_1^2 \quad | \quad : 5225$$

$$q_1^2 = 1,077443062 \quad | \quad \sqrt{\quad}$$

$$q_1 = 1,038$$

$$p_1 \% = (1,038 - 1) \cdot 100 = 3,8 \%$$

Der Zinssatz im 1. und 2. Jahr betrug 3,8 %.

$$\text{b) } Z_2 = K_2 - K_1$$

$$K_1 = 5000 \cdot 1,038 = 5190,00$$

$$K_2 = 5000 \cdot 1,038^2 = 5387,22$$

$$Z_2 = 5387,22 - 5190 = 197,22$$

Im 2. Jahr wurden 197,22 € gutgeschrieben.

## Lösung A8

Gutbank:

$$K_3 = K_0 \cdot q^3 = 2400 \cdot 1,04^3 = 2699,67$$

Nordbank:

$$K_3 = K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 = 2400 \cdot 1,035 \cdot 1,04 \cdot 1,045 = 2699,61$$

Das Angebot der Gutbank ist geringfügig besser.