



Aufgabe A1

Auf welches Kapital K_n wächst eine jährlich zu Anfang eines Jahres eingezahlte Rate R bei einem variablen Zinssatz nach Tabelle in n Jahren?

	R	n	p_1, p_2, \dots, p_n
a)	1000 €	5 J	$p_1 = 1\%$; $p_2 = 1,5\%$; $p_3 = 2\%$; $p_4 = 2,5\%$; $p_5 = 3\%$
b)	750 €	4 J	$p_1 = 1,5\%$; $p_2 = 2\%$; $p_3 = 2,5\%$; $p_4 = 3,5\%$
c)	500 €	3 J	$p_1 = 4,0\%$; $p_2 = 4,25\%$; $p_3 = 4,5\%$
d)	400 €	2 J	$p_1 = 6,0\%$; $p_2 = 7\%$
e)	1500 €	2 J	$p_1 = 0,75\%$; $p_2 = 1,75\%$

Aufgabe A2

Welches Kapital K_n kann ein Anleger erwarten, wenn er jährlich zu Anfang eines Jahres eine Rate R bei einem variablen Zinssatz nach Tabelle n Jahre lang einzahlt?

	R	n	p_1, p_2, \dots, p_n
a)	3600 €	2 J	$p_1 = 1\%$; $p_2 = 2\%$
b)	2900 €	4 J	$p_1 = 2,25\%$; $p_2 = 2,5\%$; $p_3 = 2,75\%$; $p_4 = 3\%$
c)	1680 €	6 J	$p_1 = 2,0\%$; $p_2 = 3\%$; $p_3 = 4\%$; $p_4 = 5\%$; $p_5 = 6\%$; $p_6 = 7\%$
d)	7100 €	5 J	$p_1 = 0,5\%$; $p_2 = 1\%$; $p_3 = 1,5\%$; $p_4 = 2\%$; $p_5 = 2,5\%$
e)	16900 €	3 J	$p_1 = 2,25\%$; $p_2 = 3,25\%$; $p_3 = 4,25\%$

Aufgabe A3

Das Endkapital K_n wird bei einem variablen Zinssatz von p_1, p_2, \dots, p_n gemäß Tabelle n Jahren durch jeweils am Anfang eines Jahres eingezahlte Rate R aufgebaut? Wie hoch ist diese jährliche Rate?

	K_n	n	p_1, p_2, \dots, p_n
a)	5359,60 €	5 J	$p_1 = 1\%$; $p_2 = 1,5\%$; $p_3 = 2\%$; $p_4 = 2,5\%$; $p_5 = 3\%$
b)	3207,22 €	4 J	$p_1 = 1,5\%$; $p_2 = 2\%$; $p_3 = 2,5\%$; $p_4 = 3,5\%$
c)	1633,70 €	3 J	$p_1 = 4,0\%$; $p_2 = 4,25\%$; $p_3 = 4,5\%$
d)	881,68 €	2 J	$p_1 = 6,0\%$; $p_2 = 7\%$
e)	3063,95 €	2 J	$p_1 = 0,75\%$; $p_2 = 1,75\%$

Aufgabe A4

Eine jährlich am Anfang eines Jahres eingezahlte Rate R lässt ein Endkapital K_n in n Jahren entstehen bei einem variablen Zinssatz von p_1, p_2, \dots, p_n gemäß Tabelle. Wie hoch ist diese jährliche Rate?

	K_n	n	p_1, p_2, \dots, p_n
a)	7380,72 €	2 J	$p_1 = 1\%$; $p_2 = 2\%$
b)	12418,67 €	4 J	$p_1 = 2,25\%$; $p_2 = 2,5\%$; $p_3 = 2,75\%$; $p_4 = 3\%$
c)	12113,77 €	6 J	$p_1 = 2,0\%$; $p_2 = 3\%$; $p_3 = 4\%$; $p_4 = 5\%$; $p_5 = 6\%$; $p_6 = 7\%$
d)	37492,47 €	5 J	$p_1 = 0,5\%$; $p_2 = 1\%$; $p_3 = 1,5\%$; $p_4 = 2\%$; $p_5 = 2,5\%$
e)	54409,23 €	3 J	$p_1 = 2,25\%$; $p_2 = 3,25\%$; $p_3 = 4,25\%$

Aufgabe 5

Frau Knauser zahlt 4 Jahre lang eine jährliche Rate von 2 250 € auf einen Ratensparvertrag ein. Zinsen werden mitverzinst. Die Zinssätze sind:

1. Jahr: 2,5 %,
2. Jahr: 2,75 %,
3. Jahr: 3 %

Wie hoch ist der Zinssatz im 4. Jahr, wenn sie für das 4. Jahr 328,63 € Zinsen gutgeschrieben bekommt ?

Aufgabe 6

Herr Müller zahlt jährlich zu Jahresbeginn einen festen Betrag auf seinem Sparsbuch ein. Das Kapital ist zu folgenden Zinssätzen angelegt:

1. Jahr: 3,8 %, 2. Jahr: 4,0 %, 3. Jahr: 4,5 %, 4. Jahr: 4,75 %

Nach Ablauf von vier Jahre erhält Herr Müller 4 135,89 € ausbezahlt. Wie hoch war die jährliche Rate ? Wie viel Zinsen hat Herr Müller insgesamt bekommen ?

Aufgabe 7

Herr Jäger schließt einen Ratensparvertrag zu folgenden Zinssätzen ab:

1. Jahr: 2,7 %, 2. Jahr: 3,0 %, 3. Jahr: 3,5 %, 4. Jahr: 4,25 %

Im 1. Jahr erhält er 850 € Euro Zinsen gutgeschrieben. Wie hoch war die jährlich eingezahlte Rate ? Welches Guthaben ergibt sich nach Ablauf der 4 Jahre?

Aufgabe 8

Familie Mosbach schließt bei Ihrer Hausbank einen Ratensparvertrag mit einer Laufzeit von vier Jahren ab. Die jährlich zum Jahresanfang einzuzahlende Rate beträgt 3.600,00 €.

Zinssatz im ersten Jahr : 3,25 %

Zinssatz im zweiten Jahr: 3,5 %

Zinssatz im dritten Jahr: 3,8 %

Zinssatz im vierten Jahr: 4,25 %

Berechne den Auszahlungsbetrag nach Ablauf der 4 Jahre.

Lösung A1

Lösungsformel für K_n : $K_n = R \cdot (q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot \dots \cdot q_n + q_2 \cdot q_3 \cdot \dots \cdot q_n + q_3 \cdot \dots \cdot q_n + \dots + q_n)$

- a) $K_5 = 1000 \cdot (1,01 \cdot 1,015 \cdot 1,02 \cdot 1,025 \cdot 1,03 + 1,015 \cdot 1,02 \cdot 1,025 \cdot 1,03 + 1,02 \cdot 1,025 \cdot 1,03 + 1,025 \cdot 1,03 + 1,03) = 1000 \cdot 5,3596 = 5359,60 \text{ €}$
- b) $K_4 = 750 \cdot (1,015 \cdot 1,02 \cdot 1,025 \cdot 1,035 + 1,02 \cdot 1,025 \cdot 1,035 + 1,025 \cdot 1,035 + 1,035) = 750 \cdot 4,2763 = 3207,22 \text{ €}$
- c) $K_3 = 500 \cdot (1,04 \cdot 1,0425 \cdot 1,045 + 1,0425 \cdot 1,045 + 1,045) = 500 \cdot 3,2674 = 1633,70 \text{ €}$
- d) $K_2 = 400 \cdot (1,06 \cdot 1,07 + 1,07) = 400 \cdot 2,2042 = 881,68 \text{ €}$
- e) $K_2 = 1500 \cdot (1,0075 \cdot 1,0175 + 1,0175) = 1500 \cdot 2,0426 = 3063,95 \text{ €}$

Lösung A2

Lösungsformel für K_n : $K_n = R \cdot (q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot \dots \cdot q_n + q_2 \cdot q_3 \cdot \dots \cdot q_n + q_3 \cdot \dots \cdot q_n + \dots + q_n)$

- a) $K_2 = 3600 \cdot (1,01 \cdot 1,02 + 1,02) = 3600 \cdot 2,0502 = 7380,72 \text{ €}$
- b) $K_4 = 2900 \cdot (1,0225 \cdot 1,025 \cdot 1,0275 \cdot 1,03 + 1,025 \cdot 1,0275 \cdot 1,03 + 1,0275 \cdot 1,03 + 1,03) = 2900 \cdot 4,2823 = 12418,67 \text{ €}$
- c) $K_6 = 1680 \cdot (1,02 \cdot 1,03 \cdot 1,04 \cdot 1,05 \cdot 1,06 \cdot 1,07 + 1,03 \cdot 1,04 \cdot 1,05 \cdot 1,06 \cdot 1,07 + 1,04 \cdot 1,05 \cdot 1,06 \cdot 1,07 + 1,05 \cdot 1,06 \cdot 1,07 + 1,06 \cdot 1,07 + 1,07) = 1680 \cdot 7,2106 = 12113,77 \text{ €}$
- d) $K_5 = 7100 \cdot (1,005 \cdot 1,01 \cdot 1,015 \cdot 1,02 \cdot 1,025 + 1,01 \cdot 1,015 \cdot 1,02 \cdot 1,025 + 1,015 \cdot 1,02 \cdot 1,025 + 1,02 \cdot 1,025 + 1,025) = 7100 \cdot 5,2806 = 37492,47 \text{ €}$
- e) $K_3 = 16900 \cdot (1,0225 \cdot 1,0325 \cdot 1,0425 + 1,0325 \cdot 1,0425 + 1,0425) = 16900 \cdot 3,2195 = 54409,23 \text{ €}$

Lösung A3

Lösungsformel für R : $K_n = R \cdot (q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot \dots \cdot q_n + q_2 \cdot q_3 \cdot \dots \cdot q_n + q_3 \cdot \dots \cdot q_n + \dots + q_n)$

$$R = \frac{K_n}{q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot \dots \cdot q_n + q_2 \cdot q_3 \cdot \dots \cdot q_n + q_3 \cdot \dots \cdot q_n + \dots + q_n}$$

- a) $R = \frac{5359,60}{1,01 \cdot 1,015 \cdot 1,02 \cdot 1,025 \cdot 1,03 + 1,015 \cdot 1,02 \cdot 1,025 \cdot 1,03 + 1,02 \cdot 1,025 \cdot 1,03 + 1,025 \cdot 1,03 + 1,03} = \frac{5359,60}{5,3596} = 1000 \text{ €}$
- b) $R = \frac{3207,22}{1,015 \cdot 1,02 \cdot 1,025 \cdot 1,035 + 1,02 \cdot 1,025 \cdot 1,035 + 1,025 \cdot 1,035 + 1,035} = \frac{3207,22}{4,2763} = 750 \text{ €}$
- c) $R = \frac{1633,77}{1,04 \cdot 1,0425 \cdot 1,045 + 1,0425 \cdot 1,045 + 1,045} = \frac{1633,77}{3,2674} = 500 \text{ €}$
- d) $R = \frac{881,68}{1,06 \cdot 1,07 + 1,07} = \frac{881,68}{2,2042} = 400 \text{ €}$
- e) $R = \frac{3063,95}{1,0075 \cdot 1,0175 + 1,0175} = \frac{3063,95}{2,0426} = 1500 \text{ €}$

Lösung A4

Lösungsformel für R : $K_n = R \cdot (q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot \dots \cdot q_n + q_2 \cdot q_3 \cdot \dots \cdot q_n + q_3 \cdot \dots \cdot q_n + \dots + q_n)$

$$R = \frac{K_n}{q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot \dots \cdot q_n + q_2 \cdot q_3 \cdot \dots \cdot q_n + q_3 \cdot \dots \cdot q_n + \dots + q_n}$$

- a) $R = \frac{7380,72}{1,01 \cdot 1,02 + 1,02} = \frac{7380,72}{2,052} = 3600 \text{ €}$
- b) $R = \frac{12418,67}{1,0225 \cdot 1,025 \cdot 1,0275 \cdot 1,03 + 1,025 \cdot 1,0275 \cdot 1,03 + 1,0275 \cdot 1,03 + 1,03} = \frac{12418,67}{4,2823} = 2900 \text{ €}$

Level 2 – Fortgeschritten – Blatt 1

c)
$$R = \frac{12113,77}{1,02 \cdot 1,03 \cdot 1,04 \cdot 1,05 \cdot 1,06 \cdot 1,07 + 1,03 \cdot 1,04 \cdot 1,05 \cdot 1,06 \cdot 1,07 + 1,04 \cdot 1,05 \cdot 1,06 \cdot 1,07 + 1,05 \cdot 1,06 \cdot 1,07 + 1,06 \cdot 1,07 + 1,07} = \frac{12113,77}{7,2106} = 1680 \text{ €}$$

d)
$$R = \frac{37492,47}{1,005 \cdot 1,01 \cdot 1,015 \cdot 1,02 \cdot 1,025 + 1,01 \cdot 1,015 \cdot 1,02 \cdot 1,025 + 1,015 \cdot 1,02 \cdot 1,025 + 1,02 \cdot 1,025 + 1,025} = \frac{37492,47}{5,2806} = 7100 \text{ €}$$

e)
$$R = \frac{54409,23}{1,0225 \cdot 1,0325 \cdot 1,0425 + 1,0325 \cdot 1,0425 + 1,0425} = \frac{54409,23}{3,2195} = 16900 \text{ €}$$

Lösung A5

Gegeben: $R = 2250 \text{ €}$; $n = 4$; $p_1 \% = 2,5 \%$; $p_2 \% = 2,75 \%$; $p_3 \% = 3 \%$; $Z_4 = 328,63 \text{ €}$

Gesucht: $p_4 \%$

Zunächst müssen wir das Ergebnis nach 3 Jahren berechnen.

$$K_3 = R \cdot (q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 + q_2 \cdot q_3 + q_3) = 2250 \cdot (1,025 \cdot 1,0275 \cdot 1,03 + 1,0275 \cdot 1,03 + 1,03) = 7139,49$$

Das Kapital nach 3 Jahren beträgt 7139,49. Frau Knauser zahlt nun eine weitere Rate ein, auf dieses Kapital ergeben sich 328,63 € Zinsen.

$$Z_4 = (K_3 + R) \cdot q_4$$

$$328,63 \text{ €} = (7139,49 + 2250) \cdot q_4$$

$$p_4 \% = \frac{328,63}{9389,49} \cdot 100 = 3,5 \%$$

Der Zinssatz im vierten Jahr betrug 3,5 %.

Lösung A6

Gegeben: $K_4 = 4135,89 \text{ €}$; $n = 4$; $p_1 \% = 3,8 \%$; $p_2 \% = 4,0 \%$; $p_3 \% = 4,5 \%$; $p_4 \% = 4,75 \%$

Gesucht: R ; Z_{ges}

$$K_4 = R \cdot (q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot q_4 + q_2 \cdot q_3 \cdot q_4 + q_3 \cdot q_4 + q_4)$$

$$4135,89 = R \cdot (1,038 \cdot 1,04 \cdot 1,045 \cdot 1,0475 + 1,04 \cdot 1,045 \cdot 1,0475 + 1,045 \cdot 1,0475 + 1,0475)$$

$$4135,89 = 4,462244 \cdot R \quad | \quad : 4,462244$$

$$R = \frac{4135,89}{4,462244} = 926,86$$

$$Z_{ges} = K_4 - 4 \cdot R = 4135,89 - 4 \cdot 926,86 = 428,45$$

Die jährliche Rate betrug 926,86 €. Herr Müller erhielt insgesamt 428,45 € Zinsen.

Lösung A7

Gegeben: $Z_1 = 850 \text{ €}$; $n = 4$; $p_1 \% = 2,7 \%$; $p_2 \% = 3,0 \%$; $p_3 \% = 3,5 \%$; $p_4 \% = 4,25 \%$

Gesucht: R ; K_4

Über Z_1 berechnen wir zunächst R :

$$Z_1 = R \cdot 1,0425$$

$$R = \frac{850}{1,0425} = 815,35$$

$$K_4 = R \cdot (q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot q_4 + q_2 \cdot q_3 \cdot q_4 + q_3 \cdot q_4 + q_4)$$

$$= 815,35 \cdot (1,027 \cdot 1,03 \cdot 1,035 \cdot 1,0425 + 1,03 \cdot 1,035 \cdot 1,0425 + 1,035 \cdot 1,0425 + 1,0425)$$

$$K_4 = 3566,51$$

Die jährliche Rate betrug 815,35 €. Herr Müllers Guthaben beläuft sich auf 3 566,51 €.

Lösung A8

Gegeben: $R = 3600 \text{ €}$; $n = 4$; $p_1 \% = 3,25 \%$; $p_2 \% = 3,5 \%$; $p_3 \% = 3,8 \%$; $p_4 \% = 4,25 \%$

Gesucht: K_4

$$K_4 = R \cdot (q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot q_4 + q_2 \cdot q_3 \cdot q_4 + q_3 \cdot q_4 + q_4)$$

$$= 3600 \cdot (1,0325 \cdot 1,035 \cdot 1,038 \cdot 1,0425 + 1,035 \cdot 1,038 \cdot 1,0425 + 1,038 \cdot 1,0425 + 1,0425)$$

$$K_4 = 15843,57$$

Der Auszahlungsbetrag beläuft sich auf 15 843,57 €.