

Lösung A1

Detaillierte Lösung für a)

$$K_n = \frac{R \cdot (q^n - 1)}{q - 1} = \frac{R \cdot (1,035^9 - 1)}{1,035 - 1} = 10,36849581 \cdot R$$

$$13479 = 10,36849581 \cdot R \quad | \quad : 10,36849581$$

$$R = 1300$$

Detaillierte Lösung für b)

$$K_n = \frac{R \cdot (q^n - 1)}{q - 1} = \frac{2400 \cdot (1,05^n - 1)}{1,05 - 1} = 48000 \cdot (1,05^n - 1) = 48000 \cdot 1,05^n - 48000$$

$$38201 = 48000 \cdot 1,05^n - 48000 \quad | \quad +48000$$

$$86201 = 48000 \cdot 1,05^n \quad | \quad : 48000$$

$$1,05^n = 1,765851467 \quad | \quad \ln$$

$$n \cdot \ln(1,05) = \ln(1,765851467) \quad | \quad : \ln(1,05)$$

$$n = 12$$

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
R	1 300 €	2400 €	7500 €	1200 €	6 500 €	5000 €
p %	3,5 %	5 %	4,5 %	3,9 %	3 %	4,2 %
n	9 J	12 J	15 J	8 J	10 J	4 J
K_n	13479 €	38201 €	155888 €	11017 €	74515 €	21 295,65 €

Lösung A2

Detaillierte Lösung für a)

$$K_n = \frac{R \cdot q \cdot (q^n - 1)}{q - 1} = \frac{550 \cdot 1,030 \cdot (1,03^n - 1)}{1,03 - 1} = 18883,33 \cdot (1,03^n - 1)$$

$$4341 = 18883,33 \cdot 1,03^n - 18883,33 \quad | \quad +18883,33$$

$$23224,33 = 18883,33 \cdot 1,03^n \quad | \quad : 18883,33$$

$$1,03^n = 1,2299 \quad | \quad \ln$$

$$n \cdot \ln(1,03) = \ln(1,2299) \quad | \quad : \ln(1,03)$$

$$n = 7$$

Detaillierte Lösung für b)

$$K_n = \frac{R \cdot q \cdot (q^n - 1)}{q - 1} = \frac{R \cdot 1,055 \cdot (1,055^{10} - 1)}{1,055 - 1} = 13,5835 \cdot R$$

$$20357 = 13,5835 \cdot R \quad | \quad : 13,5835$$

$$R = 1498,67$$

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
R	550 €	1500 €	12000 €	4000 €	580 €	1725 €
p %	3 %	5,5 %	6 %	3,6 %	4,2 %	2,8 %
n	7 J	10 J	6 J	8 J	12 J	5 J
K_n	4341 €	20375 €	88726 €	37643 €	9185 €	9377 €

Lösung A3

18 vorschüssige, jährliche Einzahlung zu den jeweiligen Geburtstagen zuzüglich einer weiteren Einzahlung bei Vollendung des Lebensjahres, die unverzinst bleibt.

Gegeben: $n = 18$, $R = 2000$ € vorschüssig, $p \% = 5,5 \%$

Gesucht: $K_{ges} = K_{18} + 2000$

$$K_{ges} = \frac{R \cdot q \cdot (q^n - 1)}{q - 1} + R = \frac{2000 \cdot 1,055 \cdot (1,055^{18} - 1)}{1,055 - 1} + 2000 = 64205,34$$

Das Guthaben beträgt bei Vollendung des 18. Lebensjahres 64 205,34 €

Lösung A4

a) Gegeben: $n = 8$, $K_8 = 50000$ €, $p \% = 6,5 \%$ nachschüssig

Gesucht: R

$$K_8 = \frac{R \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$50000 = \frac{R \cdot (1,065^8 - 1)}{1,065 - 1} \quad | \quad \cdot 0,065$$

$$50000 \cdot 0,065 = 0,655 \cdot R \quad | \quad : 0,655$$

$$R = 4961,83$$

Herr Weber muss jeweils 4 961,83 € einzahlen.

b) Gegeben: $n = 10$, $K_{10} = 100000$ €, $p \% = 7 \%$ nachschüssig

Gesucht: R

$$K_{10} = \frac{R \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$100000 = \frac{R \cdot (1,07^{10} - 1)}{1,07 - 1} \quad | \quad \cdot 0,07$$

$$100000 \cdot 0,07 = 0,96715 \cdot R \quad | \quad : 0,96715$$

$$R = 7237,75$$

Herr Weber muss jeweils 7 237,75 € einzahlen.

Lösung A5

Gegeben: $n = 7$, $K_7 = 40000$ €, $p \% = 6,75 \%$ vorschüssig

Gesucht: R

$$K_7 = \frac{R \cdot q \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$40000 = \frac{R \cdot 1,0675 \cdot (1,0675^7 - 1)}{1,0675 - 1} \quad | \quad \cdot 0,0675$$

$$40000 \cdot 0,0675 = 0,6188 \cdot R \quad | \quad : 0,6188$$

$$R = 4363,28$$

Der Vater muss jeweils 4 363,28 € einzahlen (bei 6,75 % Zinssatz).

Lösung für 7,25 % Zinssatz:

$$K_7 = \frac{R \cdot q \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$40000 = \frac{R \cdot 1,0725 \cdot (1,0725^7 - 1)}{1,0725 - 1} \quad | \quad \cdot 0,0725$$

$$40000 \cdot 0,0725 = 0,6781 \cdot R \quad | \quad : 0,6781$$

$$R = 4276,66$$

Der Vater muss jeweils 4 276,66 € einzahlen (bei 7,25 % Zinssatz).

Lösung A6

Gegeben: $R = 2500$, $K_n > 30000$ €, $p \% = 4,5 \%$ nachschüssig

Gesucht: n

$$K_n = \frac{R \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$30000 < \frac{2500 \cdot (1,045^n - 1)}{1,045 - 1} \quad | \quad \cdot 0,045$$

$$30000 \cdot 0,045 < 2500 \cdot 1,045^n - 2500 \quad | \quad +2500$$

$$3850 < 2500 \cdot 1,045^n \quad | \quad : 2500$$

$$1,54 > 1,045^n \quad | \quad \ln$$

$$\ln(1,54) < n \cdot \ln(1,045) \quad | \quad \cdot \ln(1,045)$$

$$n > \frac{\ln(1,54)}{\ln(1,045)} = 9,8$$

Herr Kunze muss 10 Jahre lang sparen.

Lösung A7

Gegeben: $R = 4250$, $K_n > 100000$ €, $p \% = 5,5 \%$ vorschüssig

Gesucht: n

$$K_n = \frac{R \cdot q \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$100000 < \frac{4250 \cdot 1,055 \cdot (1,055^n - 1)}{1,055 - 1} \quad | \quad \cdot 0,055$$

$$100000 \cdot 0,055 < 4483,75 \cdot 1,055^n - 4483,75 \quad | \quad +4483,75$$

$$9983,75 < 4483,75 \cdot 1,055^n \quad | \quad : 4483,75$$

$$2,226652 > 1,055^n \quad | \quad \ln$$

$$\ln(2,226652) < n \cdot \ln(1,055) \quad | \quad \cdot \ln(1,055)$$

$$n > \frac{\ln(2,226652)}{\ln(1,055)} = 14,95$$

Man muss 15 Jahre lang einzahlen.

Lösung A8

Gegeben: $R = 3800$, $n_1 = 4$, $p_1 \% = 6 \%$ nachschüssig, $n_2 = 6$, $p_2 \% = 6,5 \%$

Gesucht: K_{10}

1. Berechnung des Guthabens : K_4

$$K_4 = \frac{R \cdot (q^n - 1)}{q - 1} = \frac{3800 \cdot (1,06^4 - 1)}{1,06 - 1} = 16623,54$$

2. Berechnung K_{10} aus 6 Jahren Verzinsung K_4 und weiteren 6 nachschüssigen Einzahlungen mit 6,5 % Zinssatz.

$$K_{10} = K_4 \cdot q_2^6 + \frac{R \cdot (q_2^6 - 1)}{q_2 - 1} = 16623,54 \cdot 1,065^6 + \frac{3800 \cdot (1,065^6 - 1)}{1,065 - 1} = 51098,28$$

Das Guthaben am Ende des 10. Jahres beträgt 51 098,28 €.

Lösung A9

Gegeben: $R = 2700$, $n_1 = 8$, $p_1 \% = 6 \%$ vorschüssig, $n_2 = 7$, $p_2 \% = 5,5 \%$

Gesucht: K_{15}

1. Berechnung des Guthabens : K_8

$$K_8 = \frac{R \cdot q \cdot (q^n - 1)}{q - 1} = \frac{2700 \cdot 1,06 \cdot (1,06^8 - 1)}{1,06 - 1} = 28326,55$$

2. Berechnung K_{15} aus 7 Jahren Verzinsung K_8 und weiteren 7 vorschüssigen Einzahlungen mit 5,5 % Zinssatz.

$$K_{15} = K_8 \cdot q_2^7 + \frac{R \cdot q_2 \cdot (q_2^7 - 1)}{q_2 - 1} = 28326,55 \cdot 1,055^7 + \frac{2700 \cdot 1,055 \cdot (1,055^7 - 1)}{1,055 - 1} = 64754,29$$

Das Guthaben am Ende des 15. Jahres beträgt 64 754,29 €.

Lösung A10

Gegeben: $K_0 = 1200 \text{ €}$, $K_5 = 50000 \text{ €}$, $n = 5$, $p \% = 3,5 \%$ nachschüssig

Gesucht: R

$$K_n = K_0 \cdot q^n + \frac{R \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$50000 = 1200 \cdot 1,035^5 + \frac{R \cdot (1,035^5 - 1)}{1,035 - 1} = 1425,22 + \frac{R \cdot (1,035^5 - 1)}{1,035 - 1}$$

$$50000 - 1425,22 = \frac{R \cdot (1,035^5 - 1)}{1,035 - 1} \quad | \quad \cdot 0,035$$

$$1700,18 = 0,187686 \cdot R \quad | \quad : 0,187686$$

$$R = 9058,63$$

Herr Meister muss jeweils am Ende des 1. bis zum Ende des 5. Jahres 9 058,63 € einzahlen.

Lösung A11

Gegeben: $R = 9000 \text{ €}$, $n = 12$, $p \% = 4 \%$ nachschüssig

Gesucht: K_{12}

$$K_n = \frac{R \cdot (q^n - 1)}{q - 1} = \frac{9000 \cdot (1,04^{12} - 1)}{1,04 - 1} = 135232,25$$

Die Gesamtsumme am Ende des 12. Jahres beträgt 135 232,25 €.

Lösung A12

Zunächst Berechnung der Verzinsung von 15 000 € im ersten und zweiten Jahr:

$$K_2 = K_0 \cdot q^2 = 15000 \cdot 1,0475^2 = 16458,84$$

Dieses Kapital wird nun zum Anfangskapital für die Jahre mit Abhebungen.

Gegeben: $K_0 = 16458,84 \text{ €}$, $R = 1200 \text{ €}$, $n = 10$, $p \% = 4,75 \%$ nachschüssig

Gesucht: K_n

$$K_n = K_0 \cdot q^n - \frac{R \cdot (q^n - 1)}{q - 1} = 16458,84 \cdot 1,0475^{10} - \frac{1200 \cdot (1,0475^{10} - 1)}{1,0475 - 1} = 11259,68$$

Das Guthaben am Ende des 12. Jahres beträgt 11 259,68 €.

Lösung A13

Gegeben: $K_8 = 12371,38 \text{ €}$, $R = 600 \text{ €}$, $n = 8$, $p \% = 4 \%$ nachschüssig

Gesucht: K_0

$$K_n = K_0 \cdot q^n + \frac{R \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$12371,38 = K_0 \cdot 1,04^8 + \frac{600 \cdot (1,04^8 - 1)}{1,04 - 1}$$

$$12371,38 = K_0 \cdot 1,04^8 + 5528,535756 \quad | \quad -5528,535756$$

$$6842,84 = 1,36856905 \cdot K_0 \quad | \quad : 1,36856905$$

$$K_0 = 5000$$

Das Anfangskapital K_0 betrug 5 000 €.

Lösung A14

Gegeben: $K_{10} = 43343,06 \text{ €}$, $R = 1500 \text{ €}$, $n = 10$, $p \% = 6 \%$ vorschüssig

Gesucht: K_0

$$K_n = K_0 \cdot q^n + \frac{R \cdot q \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$43343,06 = K_0 \cdot 1,06^{10} + \frac{1500 \cdot 1,06 \cdot (1,06^{10} - 1)}{1,06 - 1}$$

$$43343,06 = 1,790847697 \cdot K_0 + 250957,46 \quad | \quad -250957,46$$

$$22385,60 = 1,790847697 \cdot K_0 \quad | \quad : 1,790847697$$

$$K_0 = 12500$$

Das Anfangskapital K_0 betrug 12 500 €.