Lösung A1

Lösungslogik

a) Rechtsseitiger Test
b) Linksseitiger Test

Klausuraufschrieb GTR

a) GTR-Einstellung:
Y1: $1 - binomcdf(100, .6, X)$
H_0: $p_0 = 0{,}6$; $H_1 : p_1 > 0{,}6$ $\alpha = 0{,}02$; $n = 100$
$p_1 > p_0 \Longrightarrow$ rechtsseitiger Test
$B_{100;0,6}(X \geq k) = 1 - B_{100;0,6}(X \leq k - 1) \leq 0{,}02$
$k \overset{GTR}{=} 71$
$\overline{A} = [71; 72; \ldots; 100]$

b) GTR-Einstellung:
Y1: $binomcdf(200, .4, X)$
H_0: $p_0 = 0{,}4$; $H_1 : p_1 < 0{,}4$ $\alpha = 0{,}05$; $n = 200$
$p_1 < p_0 \Longrightarrow$ linksseitiger Test
$B_{200;0,4}(X \leq k) \leq 0{,}05$
$k \overset{GTR}{=} 68$
$\overline{A} = [0; 1; \ldots; 68]$

GTR-Ansicht zu a)

X	Y1
67	.09125
68	.0615
69	.03985
70	.02478
71	.01478
72	.00843
73	.0046

X=71

GTR-Ansicht zu b)

X	Y1
64	.01187
65	.01731
66	.02472
67	.03459
68	.04748
69	.0639
70	.0844

X=68

Klausuraufschrieb WTR

a) H_0: $p_0 = 0{,}6$; $H_1 : p_1 > 0{,}6$ $\alpha = 0{,}02$; $n = 100$
$p_1 > p_0 \Longrightarrow$ rechtsseitiger Test
$B_{100;0,6}(X \geq k) = 1 - B_{100;0,6}(X \leq k - 1) \leq 0{,}02$
$-B_{100;0,6}(X \leq k - 1) \leq -0{,}98$ | $\cdot(-1)$
$B_{100;0,6}(X \leq k - 1) \geq 0{,}98$
$\mu = n \cdot p = 100 \cdot 0{,}6 = 60$
$\sigma = \sqrt{\mu \cdot (1 - p)} = \sqrt{60 \cdot 0{,}4} \approx 5$
$B_{100;0,6}(X \leq k - 1) \geq 0{,}98$ liegt etwa im $1{,}6\sigma$-Bereich.
$\mu + 1{,}6\sigma = 60 + 8 = 68$ | rechtsseitiger Test ist $\mu + 1{,}6\sigma$
Wir starten mit $k = 68$
$B_{100;0,6}(X \leq 68) = 0{,}96015$ $B_{100;0,6}(X \leq 69) = 0{,}97052$
$B_{100;0,6}(X \leq 70) = 0{,}98522$
$k - 1 = 70$
$k = 71$
$\overline{A} = [71; 72; \ldots; 100]$

b) H_0: $p_0 = 0{,}4$; $H_1 : p_1 < 0{,}4$ $\alpha = 0{,}05$; $n = 200$
$p_1 < p_0 \Longrightarrow$ linksseitiger Test
$B_{200;0,4}(X \leq k) \leq 0{,}05$
$\mu = n \cdot p = 200 \cdot 0{,}4 = 80$
$\sigma = \sqrt{\mu \cdot (1 - p)} = \sqrt{80 \cdot 0{,}6} \approx 7$
$B_{200;0,4}(X \leq) \leq 0{,}05$ liegt etwa im $1{,}5\sigma$-Bereich.
$\mu - 1{,}5\sigma = 80 - 11 = 69$ | linksseitiger Test ist $\mu - 1{,}5\sigma$
Wir starten mit $k = 69$
$B_{200;0,4}(X \leq 69) = 0{,}0639$ $B_{200;0,4}(X \leq 68) = 0{,}0475$
$k = 68$
$\overline{A} = [0; 1; \ldots; 68]$

Lösung A2

Lösungslogik

a) Linksseitiger Test
b) Siehe Klausuraufschrieb

Klausuraufschrieb GTR

GTR-Einstellung:
Y1: $binomcdf(50, .95, X)$

X	Y1
40	1.6E-4
41	7.6E-4
42	.00319
43	.01179
44	.03778
45	.10362
46	.23959

X=44

a) H_0: $p_0 = 0{,}95$; $H_1 : p_1 < 0{,}95$ $\alpha = 0{,}05$; $n = 50$
$p_1 < p_0 \Longrightarrow$ linksseitiger Test
$B_{50;0,95}(X \leq k) \leq 0{,}02$
$k \overset{\text{GTR}}{=} 43$
$\overline{A} = [0; 1; \ldots; 43]$
Der Spieler muss mindestens 44 Treffer erzielen, damit seine Behauptung glaubhaft ist.

b) $B_{50;0,95}(X \leq 43) \overset{\text{GTR}}{\approx} 0{,}01179$
Die Irrtumswahrscheinlichkeit für die Ablehnung bei nur bis zu 44 Treffern beträgt etwa $1{,}2\ \%$.

Klausuraufschrieb WTR

a) H_0: $p_0 = 0{,}95$; $H_1 : p_1 < 0{,}95$ $\alpha = 0{,}05$; $n = 50$
$p_1 < p_0 \Longrightarrow$ linksseitiger Test
$B_{50;0,95}(X \leq k) \leq 0{,}02$
$\mu = n \cdot p = 50 \cdot 0{,}95 = 47{,}5$
$\sigma = \sqrt{\mu \cdot (1 - p)} = \sqrt{47{,}5 \cdot 0{,}05} \approx 1{,}5$
$B_{50;0,95}(X \leq k) \leq 0{,}02$ liegt etwa im $1{,}6\sigma$-Bereich.
$\mu - 1{,}6\sigma = 47{,}5 - 2{,}4 = 45$ | linksseitiger Test ist $\mu - 1{,}6\sigma$
Wir starten mit $k = 45$
$B_{50;0,95}(X \leq 45) = 0{,}1036$ $B_{50;0,95}(X \leq 44) = 0{,}0377$
$B_{50;0,95}(X \leq 43) = 0{,}0117$
$k = 43$
$\overline{A} = [0; 1; \ldots; 43]$
Der Spieler muss mindestens 44 Treffer erzielen, damit seine Behauptung glaubhaft ist.

b) $B_{50;0,95}(X \leq 43) \overset{\text{WTR}}{\approx} 0{,}0117$
Die Irrtumswahrscheinlichkeit für die Ablehnung bei nur bis zu 43 Treffern beträgt etwa $1{,}2\ \%$.

Lösung A3

Lösungslogik

Die Wahrscheinlichkeit, die richtige Augenzahl beim Würfeln zu raten beträgt $p_0 = \frac{1}{6}$. Diese Wahrscheinlichkeit wird bezweifelt, sodass $p_1 < \frac{1}{6}$ ist. Wegen $p_1 < p_0$ ist ein linksseitiger Test durchzuführen.

Klausuraufschrieb GTR

GTR-Einstellung:

Y1: $binomcdf(1000, \frac{1}{6}, X)$

H_0: $p_0 = \frac{1}{6}$; H_1: $p_1 < \frac{1}{6}$; $n = 1000$

$p_1 < p_0 \Longrightarrow$ linksseitiger Test

$B_{1000;\frac{1}{6}}(X \leq k) \leq 0{,}005$

$k \overset{GTR}{=} 136$

$\overline{A} = [0; 1; \dots; 136]$

Der Wahrsager muss mindestens 137 richtige Voraussagen machen.

X	Y1	
132	.00146	
133	.00195	
134	.00258	
135	.0034	
136	.00443	
137	.00574	
138	.00737	

X=136

Klausuraufschrieb WTR

H_0: $p_0 = \frac{1}{6}$; H_1: $p_1 < \frac{1}{6}$; $n = 1000$

$p_1 < p_0 \Longrightarrow$ linksseitiger Test

$B_{1000;\frac{1}{6}}(X \leq k) \leq 0{,}005$

$\mu = n \cdot p = 1000 \cdot \frac{1}{6} = 166{,}7$

$\sigma = \sqrt{\mu \cdot (1-p)} = \sqrt{166{,}7 \cdot \frac{5}{6}} \approx 12$

$B_{1000;\frac{1}{6}}(X \leq k-1) \geq 0{,}995$ liegt etwa im $2{,}5\sigma$-Bereich.

$\mu - 2{,}5\sigma = 166{,}7 - 30 = 137$ | linksseitiger Test ist $\mu - 2\sigma$

Wir starten mit $k = 137$

$B_{1000;\frac{1}{6}}(X \leq 137) = 0{,}0057$ $B_{1000;\frac{1}{6}}(X \leq 136) = 0{,}0010$

$k = 136$

$\overline{A} = [0; 1; 2; \dots; 136]$

Der Wahrsager muss mindestens 137 richtige Voraussagen machen.

Lösung A4

Lösungslogik

a) Wenn nur noch 17 Fahrer zu schnell unterwegs waren, dann haben mehr als 18 Fahrer die Geschwindigkeit eingehalten.

b) Linksseitiger Test

Klausuraufschrieb GTR

a) $B_{100;0,25}(X \geq 18) = 1 - B_{100;0,25}(X \leq 17) \overset{GTR}{\approx} 0{,}9624$

Die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 17 Fahrer die Geschwindigkeitsbegrenzung einhielten beträgt etwa 96,2 %. Man kann also mit 95 %-iger Sicherheit davon ausgehen dass die Maßnahme Erfolg hatte.

b) GTR-Einstellung:

Y1: $binomcdf(100, .25, X)$

H_0: $p_0 = 0{,}25$; H_1: $p_1 < 0{,}25$; $n = 100$; $\alpha = 0{,}02$

$p_1 < p_0 \Longrightarrow$ linksseitiger Test

$B_{100;0,25}(X \leq k) \leq 0{,}02$

$k \overset{GTR}{=} 15$

$\overline{A} = [0; 1; \dots; 15]$

Es hätten höchstens 15 Fahrer zu schnell fahren dürfen.

X	Y1	
12	.00103	
13	.00246	
14	.00542	
15	.01108	
16	.02111	
17	.03763	
18	.06301	

X=15

Klausuraufschrieb WTR

a) $B_{100;0,25}(X \geq 18) = 1 - B_{100;0,25}(X \leq 17) \overset{WTR}{\approx} 0{,}9624$

Die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 17 *Fahrer die Geschwindigkeitsbegrenzung einhielten beträgt etwa* $96{,}2\ \%$*. Man kann also mit* $95\ \%$*-iger Sicherheit davon ausgehen dass die Maßnahme Erfolg hatte.*

b) $H_0\!: p_0 = 0{,}25;\quad H_1\!: p_1 < 0{,}25;\ \ n = 100;\ \ \alpha = 0{,}02$

$p_1 < p_0 \Longrightarrow$ linksseitiger Test

$B_{100;0,25}(X \leq k) \leq 0{,}02$

$\mu = n \cdot p = 100 \cdot 0{,}25 = 25$

$\sigma = \sqrt{\mu \cdot (1-p)} = \sqrt{25 \cdot 0{,}75} \approx 4{,}3$

$B_{100;0,25}(X \leq k) \leq 0{,}02$ liegt etwa im 2σ-Bereich.

$\mu - 2\sigma = 25 - 8{,}6 = 17$ | linksseitiger Test ist $\mu - 2\sigma$

Wir starten mit $k = 17$

$B_{100;0,25}(X \leq 17) = 0{,}0376$ $\quad B_{100;0,25}(X \leq 16) = 0{,}0211$

$B_{100;0,25}(X \leq 15) = 0{,}0110$

$k = 15$

$\overline{A} = [0; 1; \dots; 15]$

Es hätten höchstens 15 *Fahrer zu schnell fahren dürfen.*

Lösung A5

Lösungslogik

Rechtsseitiger Test

Klausuraufschrieb GTR

GTR-Einstellung:

Y1: $1 - binomcdf(300, .98, X)$

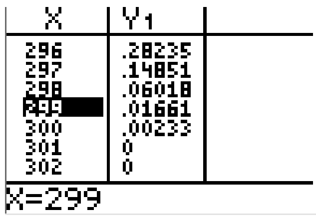
$H_0\!: p_0 = 0{,}98;\quad H_1\!: p_1 > 0{,}98;\ \ n = 300;\ \ \alpha = 0{,}05$

$p_1 > p_0 \Longrightarrow$ rechtsseitiger Test

$B_{300;0,98}(X \geq k) = 1 - B_{300;0,98}(X \leq k-1) \leq 0{,}05$

$k \overset{GTR}{=} 299$

$\overline{A} = [299; 300]$



Das neue Medikament muss bei mindestens 299 *Personen Wirkung zeigen.*

Klausuraufschrieb WTR

$H_0\!: p_0 = 0{,}98;\quad H_1\!: p_1 > 0{,}98;\ \ n = 300;\ \ \alpha = 0{,}05$

$p_1 > p_0 \Longrightarrow$ rechtsseitiger Test

$B_{300;0,98}(X \geq k) = 1 - B_{300;0,98}(X \leq k-1) \leq 0{,}05$

$-B_{300;0,98}(X \leq k-1) \leq -0{,}95$ | $\cdot(-1)$

$B_{300;0,98}(X \leq k-1) \geq 0{,}95$

$\mu = n \cdot p = 300 \cdot 0{,}98 = 294$ $\quad \sigma = \sqrt{\mu \cdot (1-p)} = \sqrt{294 \cdot 0{,}02} \approx 2{,}4$

$B_{300;0,98}(X \leq k-1) \geq 0{,}95$ liegt etwa im $1{,}5\sigma$-Bereich.

$\mu + 1{,}5\sigma = 294 + 3{,}6 = 297$ | rechtsseitiger Test ist $\mu + 1{,}5\sigma$

Wir starten mit $k - 1 = 297$

$B_{300;0,98}(X \leq 297) = 0{,}9398$ $\quad B_{300;0,98}(X \leq 298) = 0{,}9833$

$k - 1 = 298$ ==> $k = 299$

$\overline{A} = [299; 300]$

Das neue Medikament muss bei mindestens 299 *Personen Wirkung zeigen.*