WIKI zur Addition und Subtraktion von Wurzeln

Einleitung

Für die Multiplikation von Wurzeln gilt allgemein $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ mit $a; b \geq 0$. Nun darfst du aber nicht meinen, auf ähnliche Art zwei Wurzeln addieren bzw. subtrahieren zu dürfen. Dies soll dir das folgende Beispiel zeigen.

Beispiel:

Einerseits gilt:

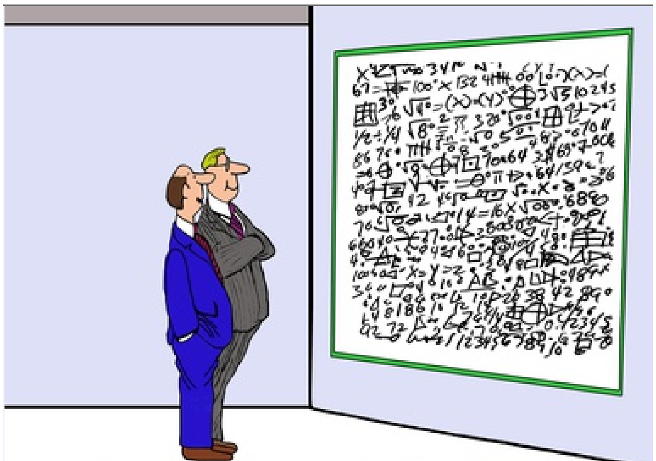
$$\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$$

Andererseits gilt:

$$\sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

Daraus folgt:

$$\sqrt{9} + \sqrt{16} \neq \sqrt{9 + 16}$$



Wurzeln oder nicht? Das ist hier die Frage.

Addition von Wurzeln

Wann das Addieren möglich ist

Es können nur Wurzeln mit

- gleichem Radikanten
- gleichem Wurzelexponeten addiert werden.

Merksatz

Allgemein gilt: $\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b} \neq \sqrt[n]{a + b}$

bzw. $\sqrt[n]{a + b} \neq \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$

Was bei einem Produkt möglich ist, nämlich die Wurzel gliedweise zu ziehen, ist bei einer Summe *nicht* möglich. Da aber dieser Fehler bis in die höchsten Klassenstufen immer wieder gemacht wird, kann man nicht oft genug darauf hinweisen.

Ziehe niemals die Wurzel gliedweise aus einer Summe!

Für die Addition gilt vielmehr:
Zwei Wurzeln werden addiert, indem man ihre Koeffizienten addiert.

$$a\sqrt[n]{x} + b\sqrt[n]{x} = (a + b)\sqrt[n]{x}$$

Beispiele:

$$\sqrt{3} + \sqrt{3} = 2 \cdot \sqrt{3}$$
$$\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} = 5 \cdot \sqrt{2}$$
$$\sqrt{x} + 2 \cdot \sqrt{x} = 3 \cdot \sqrt{x}$$
$$a \cdot \sqrt[3]{y} + b \cdot \sqrt[3]{y} + c \cdot \sqrt[3]{y} = (a + b + c) \cdot \sqrt[3]{y}$$

Wann das Addieren nicht möglich ist

In den folgenden drei Fällen ist das Zusammenfassen von Wurzeln nicht möglich:

a) Unterschiedlicher Radikant

$\sqrt[4]{3} + \sqrt[4]{2}$

$\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$

b) Unterschiedlicher Wurzelexponent

$\sqrt[3]{3} + \sqrt[4]{3}$

$\sqrt[n]{a} + \sqrt[m]{a}$

c) 2

$\sqrt[3]{3} + \sqrt[4]{2}$

$\sqrt[n]{a} + \sqrt[m]{b}$

Subtraktion von Wurzeln

Wann das Subtrahieren möglich ist

Es können nur Wurzeln mit

- gleichem Radikanten
- gleichem Wurzelexponeten subtrahiert werden.

Merksatz

Allgemein gilt: $\sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b} \neq \sqrt[n]{a-b}$

bzw. $\sqrt[n]{a-b} \neq \sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}$

Was bei einem Produkt möglich ist, nämlich die Wurzel gliedweise zu ziehen, ist bei einer Differenz *nicht* möglich. Da aber dieser Fehler bis in die höchsten Klassenstufen immer wieder gemacht wird, kann man nicht oft genug darauf hinweisen.

Ziehe niemals die Wurzel gliedweise aus einer Differenz!

Für die Subtraktion gilt vielmehr:

Zwei Wurzeln werden subtrahiert, indem man ihre Koeffizienten subtrahiert.

$$a\sqrt[n]{x} - b\sqrt[n]{x} = (a-b)\sqrt[n]{x}$$

Beispiele:

$6\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = (6-2)\cdot\sqrt{3} = 4\cdot\sqrt{3}$

$3\sqrt{5} - \sqrt{5} = (3-1)\cdot\sqrt{5} = 2\cdot\sqrt{5}$

$\sqrt{3} - \sqrt{3} = (1-1)\cdot\sqrt{3} = 0$

$6\cdot\sqrt[3]{4} - 3\cdot\sqrt[3]{4} = (6-3)\cdot\sqrt[3]{4} = 3\cdot\sqrt[3]{4}$

$6\cdot\sqrt[4]{6} - 3\cdot\sqrt[4]{6} - 2\cdot\sqrt[4]{6} = (6-3-2)\cdot\sqrt[4]{6} = \sqrt[4]{6}$

Wann das Subtrahieren nicht möglich ist

In den folgenden drei Fällen ist das Zusammenfassen von Wurzeln nicht möglich:

a) Unterschiedlicher Radikant

$\sqrt[4]{3} - \sqrt[4]{2}$

$\sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}$

b) Unterschiedlicher Wurzelexponent

$\sqrt[3]{3} - \sqrt[4]{3}$

$\sqrt[n]{a} - \sqrt[m]{a}$

c) Unterschiedlicher Radikant und unterschiedlicher Wurzelexponent

$\sqrt[3]{3} - \sqrt[4]{2}$

$\sqrt[n]{a} - \sqrt[m]{b}$

Weitere Möglichkeiten

Teilweises Wurzelziehen kann es ermöglichen, dass gleiche Wurzelradikanten entstehen. Diese kann man dann entsprechend den Regeln der Wurzeladdition bzw. Wurzelsubtraktion zusammenfassen.

Beispiele: $\sqrt{8}+\sqrt{18}=\sqrt{2\cdot 4}+\sqrt{2\cdot 9}=2\cdot\sqrt{2}+3\cdot\sqrt{2}=(2+3)\cdot\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

$\sqrt{27}-\sqrt{12}+\sqrt{3}=\sqrt{3\cdot 9}-\sqrt{3\cdot 4}+\sqrt{3}=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

$\sqrt{175}+\sqrt{252}=\sqrt{7\cdot 25}+\sqrt{7\cdot 36}=5\cdot\sqrt{7}+6\cdot\sqrt{7}=11\sqrt{7}$

Aufgaben und Übungen zum teilweisen Wurzelziehen siehe Kapitel „Teilweises Wurzelziehen".