

# Basisoperationen mit Wurzeln



## Information für Nutzer dieses Materials

Dieses Dokument ist Teil eines der umfangreichsten, privat betriebenen Online-Portale Deutschlands für Mathematik und wird Ihnen nach dem kostenfreien bzw. kostenpflichtigen Download zur freien Nutzung zur Verfügung gestellt.

Neben den WIKIs zu den einzelnen Themengebieten mit ausführlicher Erläuterung und Beispielen werden umfangreiche Aufgabensammlungen getrennt nach Schwierigkeitsgraden bereitgestellt.

Sollte Ihnen das Material gefallen 🤗 (oder auch 😞 nicht), besuchen Sie uns doch auf unserer Webseite und hinterlassen Sie eine Beurteilung. Oder vielleicht geben Sie uns ja einen Like in einem der sozialen Netzwerke?

gez.: Dr.-Ing. Meinolf Müller  
verantwortlich für den Inhalt gem. § 5 TMG  
von <https://www.fit-in-mathe-online.de>



<u>Basisoperationen mit Wurzeln</u>	Seite
<i>WIKI Regeln und Formeln</i>	03
<i>Teil 1 Teilweises Wurzelziehen</i>	
Aufgabenblatt 1 (35 Aufgaben)	06
Lösungen zum Aufgabenblatt 1	07
Aufgabenblatt 2 (43 Aufgaben)	08
Lösungen zum Aufgabenblatt 2	09
<i>Teil 2 Faktor unter Wurzel bringen</i>	
Aufgabenblatt 1 (34 Aufgaben)	10
Lösungen zum Aufgabenblatt 1	11
Aufgabenblatt 2 (42 Aufgaben)	12
Lösungen zum Aufgabenblatt 2	13
<i>Teil 3 Nenner rationale machen</i>	
Aufgabenblatt 1 (40 Aufgaben)	14
Lösungen zum Aufgabenblatt 1	15
Aufgabenblatt 2 (28 Aufgaben)	17
Lösungen zum Aufgabenblatt 2	18
<i>Teil 4 Potenzdarstellung von Wurzeln</i>	
Aufgabenblatt 1 (36 Aufgaben)	19
Lösungen zum Aufgabenblatt 1	20
Aufgabenblatt 2 (36 Aufgaben)	21
Lösungen zum Aufgabenblatt 2	22



## Basis Rechenoperationen mit Wurzeln

Auf Wurzeln können die unterschiedlichsten Rechenoperationen angewandt werden, genauso wie mit Ausdrücken anderer mathematischer Bereiche. In diesem Kapitel beschäftigen wir uns zunächst mit den Einzel-Operationen

- Teilweises Wurzelziehen
- Faktor unter die Wurzel bringen
- Wurzel Nenner rational machen
- Potenzdarstellung von Wurzeln

### Teilweises Wurzelziehen

In bestimmten Fällen ist es möglich, nur von einem Teil des Radikanten die Wurzel zu ziehen. Dies ist immer dann möglich, wenn der Radikant in Faktoren zerlegt werden kann und einer dieser Faktoren ein quadratischer Ausdruck, ein Kubikausdruck bzw. eine Potenz des Wurzelexponenten ist.

Beispiel 1:

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2 \cdot \sqrt{3}$$

Bei dieser Wurzel konnte die Zahl 12 in die beiden Faktoren 4 und 3 zerlegt werden, wobei der Faktor 4 eine Quadratzahl ist, von der die Wurzel gezogen werden kann.

$$\sqrt[3]{a^3 b^2} = a \sqrt[3]{b^2}$$

Diese Kubikwurzel besteht bereits aus einem Produkt. Aus  $a^3$  kann die Kubikwurzel gezogen werden, aus  $b^2$  eben nicht.

Beispiel 2:

$$\sqrt[3]{a^3 \cdot b^6 \cdot c} = a \cdot b^2 \cdot \sqrt[3]{c}$$

Die Regel besagt:

Sind ein oder mehrere Faktoren des Radikanten ein positives, ganzzahliges Vielfaches des Wurzelexponenten, so können diese Faktoren als Potenzen dieses Vielfachen vor die Wurzel geschrieben werden. Es gilt:

$$\sqrt[n]{a^{m \cdot n} \cdot b^l} = a^m \sqrt[n]{b^l}; \quad n; m \in \mathbb{Z}^*$$

### Faktor unter die Wurzel bringen

In manchen Fällen ist es sinnvoll, zur Vereinfachung eines Wurzelterms eine Zahl, die vor einer Wurzel steht, unter die Wurzel zu schreiben.

Beispiel 3:

$$3 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{9 \cdot 3} = \sqrt{27}$$

$$2 \cdot \sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{8 \cdot a}$$

Die Regel besagt:

Soll ein vor einer Wurzel stehender Faktor unter die Wurzel geschrieben werden, so ist dieser Faktor zunächst mit dem Wurzelexponenten zu potenzieren.

$$r \sqrt[n]{s^m} = \sqrt[n]{r^n s^m}$$

### Wurzel Nenner rational machen

Im allgemeinen ist es unüblich bei einem Bruch eine Wurzel im Nenner stehen zu lassen. Mathematikern gefällt der Ausdruck  $\frac{2}{\sqrt{2}}$  überhaupt nicht. Sie bemühen sich, die Wurzel im Nenner irgendwie zu beseitigen.

Das lässt sich einfach bewerkstelligen, indem wir den Bruch genau mit der im Nenner stehenden Wurzel erweitern.

Beispiel 4:

$$\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{4}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

Zunächst wurde hier mit  $\sqrt{2}$  erweitert, durch ausmultiplizieren des Nenners ergibt sich die Zahl 2, die dann abschließend noch mit der im Zähler stehenden 2 gekürzt wurde.

Beispiel 5:

$$\frac{x-2}{\sqrt{x-2}} = \frac{(x-2) \cdot \sqrt{x-2}}{\sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x-2}} = \frac{(x-2) \cdot \sqrt{x-2}}{\sqrt{(x-2)^2}} = \frac{(x-2) \cdot \sqrt{x-2}}{x-2} = \sqrt{x-2}$$

Zunächst wurde hier mit  $\sqrt{x-2}$  erweitert, durch ausmultiplizieren des Nenners ergibt sich der Ausdruck  $x-2$ , der dann abschließend noch mit dem im Zähler stehenden Ausdruck  $x-2$  gekürzt wurde.

Die Regel besagt:

$$\frac{a}{\sqrt[n]{b^m}} = \frac{a \cdot \sqrt[n]{b^m}}{\sqrt[n]{b^m} \cdot \sqrt[n]{b^m}} = \frac{a \cdot \sqrt[n]{b^m}}{b^m}$$

In manchen Fällen steht nicht nur eine Wurzel im Nenner wie in den vorigen Beispielen, sondern ein Ausdruck aus zwei Gliedern, wie z. B.  $4 - \sqrt{x}$  oder  $\sqrt{a} + b$ . Wir können zwar nicht alle Wurzeln aus Ausdrücken durch Erweitern eliminieren, jedoch die genannten zwei Beispiele  $4 - \sqrt{x}$  bzw.  $\sqrt{a} + b$ . Bestehen die Nennerausdrücke nämlich aus einer Addition bzw. Subtraktion zweier Elemente, können solche Ausdrücke so erweitert werden, dass ein binomischer Ausdruck der 3. binomischen Formel entsteht. So ist ja z. B.  $(4 - \sqrt{x}) \cdot (4 + \sqrt{x})$  gemäß den Regeln der 3. binomischen Formel gleich  $16 - x$ . Somit kann bei bestimmten Ausdrücken ein Nenner mit Hilfe der Regel der 3. binomischen Formel rational gemacht werden.

Beispiel 6:

$$\frac{x-4}{\sqrt{x}-2} = \frac{(x-4) \cdot (\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2) \cdot (\sqrt{x}+2)} = \frac{(x-4) \cdot (\sqrt{x}+2)}{x-4} = \sqrt{x} + 2$$

Zunächst wurde hier mit  $\sqrt{x} + 2$  erweitert, durch Anwendung der dritten binomischen Formel im Nenner ergibt sich dieser zu  $x-4$ , der dann abschließend noch mit dem im Zähler stehenden Ausdruck  $x-4$  gekürzt wurde.

### Potenzdarstellung von Wurzeln

In bestimmten Situationen ist es erforderlich, eine Wurzel in die Potenzschreibweise zu überführen. (z. B. innerhalb der Differenzialrechnung in den Ableitungen).

Beispiel 7:

$$\sqrt[3]{5} = 5^{\frac{1}{3}}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Wurzeln können als Potenz dargestellt werden, indem die Wurzelbasis mit dem Quotienten aus Basisexponent und Wurzelexponent potenziert wird.

Beispiel 8:

$$\sqrt[3]{5}^{-1} = \frac{1}{5^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{5}}$$

$$\sqrt[n]{a^m}^{-1} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$$

Werden Wurzeln mit negativem Wurzelexponent oder Basisexponent als Potenz dargestellt, so entspricht die Darstellung dem Kehrwert der positiven Darstellung.



### Aufgabe A1

Ziehe teilweise die Wurzel.

a)  $\sqrt{75}$

c)  $\sqrt{45}$

e)  $\sqrt{600}$

g)  $\sqrt{128}$

i)  $\sqrt{500}$

k)  $\sqrt{\frac{8}{9}}$

m)  $\sqrt{\frac{60}{121}}$

o)  $\sqrt{\frac{27}{121}}$

b)  $\sqrt{150}$

d)  $\sqrt{162}$

f)  $\sqrt{108}$

h)  $\sqrt{288}$

j)  $\sqrt{32}$

l)  $\sqrt{15^3}$

n)  $\sqrt{\frac{24}{81}}$

### Aufgabe A2

Ziehe teilweise die Wurzel. Alle auftretenden Platzhalter stehen für positive Zahlen.

a)  $\sqrt{x^2y^3}$

c)  $\sqrt{36a^4b^3}$

e)  $\sqrt{8a^2}$

g)  $\sqrt{24x^4y^5}$

i)  $\sqrt{48a^3}$

k)  $\sqrt{125r^2s}$

m)  $\sqrt{27a^3b^2c}$

o)  $\sqrt{\frac{98a^3}{192b^2}}$

b)  $\sqrt{4x^2y}$

d)  $\sqrt{ab^3c^5}$

f)  $\sqrt{75ab^2}$

h)  $\sqrt{32a}$

j)  $\sqrt{72e^2f^2}$

l)  $\sqrt{625a^3}$

n)  $\sqrt{49x^2y}$

p)  $\sqrt{\frac{150a^3b^2}{288c^4}}$

### Aufgabe A3

Ziehe teilweise die Wurzel.

a)  $\sqrt{a^3}$

c)  $\sqrt{12x^3}$

b)  $\sqrt{x^2y^3z^5}$

d)  $\sqrt{\frac{80u^2v}{147xy^3}}$

### Lösung A1

a)  $\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = 5 \cdot \sqrt{3}$   
 c)  $\sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = 3 \cdot \sqrt{5}$   
 e)  $\sqrt{600} = \sqrt{100 \cdot 6} = 10 \cdot \sqrt{6}$   
 g)  $\sqrt{128} = \sqrt{64 \cdot 2} = 8 \cdot \sqrt{2}$   
 i)  $\sqrt{500} = \sqrt{100 \cdot 5} = 10 \cdot \sqrt{5}$   
 k)  $\sqrt{\frac{8}{9}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 2}{9}} = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{2}$   
 m)  $\sqrt{\frac{60}{121}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 15}{121}} = \frac{2}{11} \cdot \sqrt{15}$   
 o)  $\sqrt{\frac{27}{121}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 3}{121}} = \frac{3}{11} \cdot \sqrt{3}$

b)  $\sqrt{150} = \sqrt{25 \cdot 6} = 5 \cdot \sqrt{6}$   
 d)  $\sqrt{162} = \sqrt{81 \cdot 2} = 9 \cdot \sqrt{2}$   
 f)  $\sqrt{108} = \sqrt{36 \cdot 3} = 6 \cdot \sqrt{3}$   
 h)  $\sqrt{288} = \sqrt{144 \cdot 2} = 12 \cdot \sqrt{2}$   
 j)  $\sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = 4 \cdot \sqrt{2}$   
 l)  $\sqrt{15^3} = \sqrt{15^2 \cdot 15} = 15 \cdot \sqrt{15}$   
 n)  $\sqrt{\frac{24}{81}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 6}{81}} = \frac{2}{9} \cdot \sqrt{6}$

### Lösung A2

a)  $\sqrt{x^2 y^3} = \sqrt{x^2 y^2 \cdot y} = xy \cdot \sqrt{y}$   
 c)  $\sqrt{36 a^4 b^3} = 6x^2 b \cdot \sqrt{b}$   
 e)  $\sqrt{8a^2} = 2a \cdot \sqrt{2}$   
 g)  $\sqrt{24x^4 y^5} = 2x^2 y^2 \cdot \sqrt{6y}$   
 i)  $\sqrt{48a^3} = 4a \cdot \sqrt{3a}$   
 k)  $\sqrt{125r^2 s} = 5r \cdot \sqrt{5s}$   
 m)  $\sqrt{27a^3 b^2 c} = 3ab \cdot \sqrt{3ac}$   
 o)  $\sqrt{\frac{98a^3}{192b^2}} = \frac{7a}{8b} \cdot \sqrt{\frac{2a}{3}}$

b)  $\sqrt{4x^2 y} = 2x \cdot \sqrt{y}$   
 d)  $\sqrt{ab^3 c^5} = bc^2 \cdot \sqrt{abc}$   
 f)  $\sqrt{75ab^2} = 5b \cdot \sqrt{3a}$   
 h)  $\sqrt{32a} = 4 \cdot \sqrt{2a}$   
 j)  $\sqrt{72e^2 f^2} = 6ef \cdot \sqrt{2}$   
 l)  $\sqrt{625a^3} = 25a \cdot \sqrt{a}$   
 n)  $\sqrt{49x^2 y} = 7x \cdot \sqrt{y}$   
 p)  $\sqrt{\frac{150a^3 b^2}{288c^4}} = \frac{5ab}{12c^2} \cdot \sqrt{\frac{6a}{2}} = \frac{5ab}{12c^2} \cdot \sqrt{3a}$

### Lösung A3

a)  $\sqrt{a^3} = a \cdot \sqrt{a}$   
 c)  $\sqrt{12x^3} = 2x \cdot \sqrt{3x}$

b)  $\sqrt{x^2 y^3 z^5} = xyz^2 \cdot \sqrt{yz}$   
 d)  $\sqrt{\frac{80u^2 v}{147xy^3}} = \frac{4u}{7y} \cdot \sqrt{\frac{5v}{3xy}}$

### Aufgabe A1

Ziehe teilweise die Wurzel.

- a)  $\sqrt{32}$
- c)  $\sqrt{20}$
- e)  $\sqrt{162}$
- g)  $\sqrt{125}$
- i)  $\sqrt{80}$
- k)  $\sqrt{40}$
- m)  $\sqrt{44}$
- o)  $\sqrt{288}$

- b)  $\sqrt{75}$
- d)  $\sqrt{8}$
- f)  $\sqrt{192}$
- h)  $\sqrt{45}$
- j)  $\sqrt{243}$
- l)  $\sqrt{54}$
- n)  $\sqrt{72}$



### Aufgabe A2

Ziehe teilweise die Wurzel.

- a)  $\sqrt{4a}$
- c)  $\sqrt{48xy^2}$
- e)  $\sqrt{16m^2n}$
- g)  $\sqrt{48x^4y^3}$
- i)  $\sqrt{24a^2b^5}$

- b)  $\sqrt{25a^2b}$
- d)  $\sqrt{81x^3}$
- f)  $\sqrt{8a}$
- h)  $\sqrt{98a^5b^3}$
- j)  $\sqrt{54xy^3}$

### Aufgabe A3

Ziehe teilweise die Wurzel. Manchmal musst du vorher faktorisieren.

- a)  $\sqrt{9a + 9b}$
- c)  $\sqrt{9m - 27n}$
- e)  $\sqrt{16m^2n}$
- g)  $\sqrt{8ab^2 + 12ab^3}$
- i)  $\sqrt{50a^2 + 75a^2b}$

- b)  $\sqrt{4x - 4y}$
- d)  $\sqrt{36p + 108q}$
- f)  $\sqrt{9x^2y^3 - 18x^2}$
- h)  $\sqrt{12u^3v^3 - 8u^2v^2}$
- j)  $\sqrt{54xy^3}$

### Aufgabe A4

Ziehe teilweise die Wurzel.

- a)  $\sqrt[3]{\frac{2}{27}}$
- c)  $\sqrt[4]{\frac{3}{16}}$
- e)  $\sqrt[4]{\frac{x^2}{y^4}}$
- g)  $\sqrt[n]{\frac{a^n}{b}}$

- b)  $\sqrt{\frac{7}{9}}$
- d)  $\sqrt[3]{\frac{64a}{125}}$
- f)  $\sqrt[5]{\frac{6b^7}{11a^5}}$
- h)  $\sqrt[n]{\frac{a^{n+1}}{b^n}}$



### Lösung A1

- |   |   |
|---|---|
| <p>a) <math>\sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = 4 \cdot \sqrt{2}</math></p> <p>c) <math>\sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = 2 \cdot \sqrt{5}</math></p> <p>e) <math>\sqrt{162} = \sqrt{81 \cdot 2} = 9 \cdot \sqrt{2}</math></p> <p>g) <math>\sqrt{125} = \sqrt{25 \cdot 5} = 5 \cdot \sqrt{5}</math></p> <p>i) <math>\sqrt{80} = \sqrt{16 \cdot 5} = 4 \cdot \sqrt{5}</math></p> <p>k) <math>\sqrt{40} = \sqrt{4 \cdot 10} = 2 \cdot \sqrt{10}</math></p> <p>m) <math>\sqrt{44} = \sqrt{4 \cdot 11} = 2 \cdot \sqrt{11}</math></p> <p>o) <math>\sqrt{288} = \sqrt{144 \cdot 2} = 12 \cdot \sqrt{2}</math></p> | <p>b) <math>\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = 5 \cdot \sqrt{3}</math></p> <p>d) <math>\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = 2 \cdot \sqrt{2}</math></p> <p>f) <math>\sqrt{192} = \sqrt{64 \cdot 3} = 8 \cdot \sqrt{3}</math></p> <p>h) <math>\sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = 3 \cdot \sqrt{5}</math></p> <p>j) <math>\sqrt{243} = \sqrt{81 \cdot 3} = 9 \cdot \sqrt{3}</math></p> <p>l) <math>\sqrt{54} = \sqrt{9 \cdot 6} = 3 \cdot \sqrt{6}</math></p> <p>n) <math>\sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = 6 \cdot \sqrt{2}</math></p> |
|---|---|

### Lösung A2

- |  |  |
|--|--|
| <p>a) <math>\sqrt{4a} = 2 \cdot \sqrt{a}</math></p> <p>c) <math>\sqrt{48xy^2} = 4y \cdot \sqrt{3x}</math></p> <p>e) <math>\sqrt{16m^2n} = 4m \cdot \sqrt{n}</math></p> <p>g) <math>\sqrt{48x^4y^3} = 4x^2y \cdot \sqrt{3y}</math></p> <p>i) <math>\sqrt{24a^2b^5} = 2ab^2 \cdot \sqrt{6b}</math></p> | <p>b) <math>\sqrt{25a^2b} = 5a \cdot \sqrt{b}</math></p> <p>d) <math>\sqrt{81x^3} = 9x \cdot \sqrt{x}</math></p> <p>f) <math>\sqrt{8a} = 2 \cdot \sqrt{2a}</math></p> <p>h) <math>\sqrt{98a^5b^3} = 7a^2b \cdot \sqrt{2ab}</math></p> <p>j) <math>\sqrt{54xy^3} = 3y \cdot \sqrt{6xy}</math></p> |
|--|--|

### Lösung A3

- a)  $\sqrt{9a + 9b} = \sqrt{9(a + b)} = 3\sqrt{a + b}$
- b)  $\sqrt{4x - 4y} = \sqrt{4(x - y)} = 2\sqrt{x - y}$
- c)  $\sqrt{9m - 27n} = \sqrt{9(m - 3n)} = 3\sqrt{m - 3n}$
- d)  $\sqrt{36p + 108q} = \sqrt{36(p + 3q)} = 3\sqrt{p + 3q}$
- e)  $\sqrt{16m^2n} = 4m\sqrt{n}$
- f)  $\sqrt{9x^2y^3 - 18x^2} = \sqrt{9x^2(y^3 - 2)} = 3x\sqrt{y^3 - 2}$
- g)  $\sqrt{8ab^2 + 12ab^3} = \sqrt{4b^2(2a + 3ab)} = 2b\sqrt{2a + 3ab}$
- h)  $\sqrt{12u^3v^3 - 8u^2v^2} = \sqrt{4u^2v^2(3uv - 2)} = 2uv\sqrt{3uv - 2}$
- i)  $\sqrt{50a^2 + 75b^2} = \sqrt{25(2a^2 + 3b^2)} = 5\sqrt{2a^2 + 3b^2}$
- j)  $\sqrt{54xy^3} = 3y \cdot \sqrt{6xy}$

### Lösung A4

- |   |  |
|---|--|
| <p>a) <math>\sqrt[3]{\frac{2}{27}} = \frac{1}{3} \sqrt[3]{2}</math></p> <p>c) <math>\sqrt[4]{\frac{3}{16}} = \frac{1}{2} \sqrt[4]{3}</math></p> <p>e) <math>\sqrt[4]{\frac{x^2}{y^4}} = \frac{1}{y} \sqrt[4]{x^2}</math></p> <p>g) <math>\sqrt[n]{\frac{a^n}{b}} = a \sqrt[n]{\frac{1}{b}}</math></p> | <p>b) <math>\sqrt{\frac{7}{9}} = \frac{1}{3} \sqrt{7}</math></p> <p>d) <math>\sqrt[3]{\frac{64a}{125}} = \frac{4}{5} \sqrt[3]{a}</math></p> <p>f) <math>\sqrt[5]{\frac{6b^7}{11a^5}} = \frac{b}{a} \sqrt[5]{\frac{6b^2}{11}}</math></p> <p>h) <math>\sqrt[n]{\frac{a^{n+1}}{b^n}} = \frac{a}{b} \sqrt[n]{a}</math></p> |
|---|--|



### Aufgabe A1

Bringe den Faktor vor der Wurzel unter die Wurzel.

- |  |   |
|--|---|
| a) $3 \cdot \sqrt{2}$<br>c) $6 \cdot \sqrt{10}$<br>e) $4 \cdot \sqrt{15}$<br>g) $9 \cdot \sqrt{3}$<br>i) $8 \cdot \sqrt{11}$<br>k) $0,6 \cdot \sqrt{10}$ | b) $2 \cdot \sqrt{5}$<br>d) $12 \cdot \sqrt{2}$<br>f) $11 \cdot \sqrt{6}$<br>h) $15 \cdot \sqrt{7}$<br>j) $5 \cdot \sqrt{5}$<br>l) $1,2 \cdot \sqrt{5}$ |
|--|---|

### Aufgabe A2

Bringe den wurzelfreien Faktor unter die Wurzel.

- |  |   |
|--|---|
| a) $5 \cdot \sqrt{\frac{3}{10}}$<br>c) $4 \cdot \sqrt{\frac{7}{8}}$<br>e) $\frac{14}{5} \cdot \sqrt{\frac{75}{98}}$<br>g) $\frac{4}{3} \cdot \sqrt{45}$<br>i) $\frac{11}{12} \cdot \sqrt{\frac{12}{11}}$<br>k) $3\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{7}}$ | b) $\frac{3}{4} \cdot \sqrt{\frac{8}{15}}$<br>d) $8 \cdot \sqrt{\frac{5}{12}}$<br>f) $\frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{27}{28}}$<br>h) $\frac{5}{6} \cdot \sqrt{18}$<br>j) $\frac{7}{8} \cdot \sqrt{\frac{8}{7}}$<br>l) $\frac{5}{13} \cdot \sqrt{\frac{91}{125}}$ |
|--|---|

### Aufgabe A3

Bringe ebenso den Faktor vor der Wurzel unter die Wurzel, beachte dabei dass das Vorzeichen nicht verloren geht.

- |  |   |
|--|---|
| a) $-8 \cdot \sqrt{5}$<br>c) $-\frac{3}{4} \cdot \sqrt{\frac{32}{45}}$<br>e) $-0,3 \cdot \sqrt{0,5}$<br>g) $-3\frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{3}{10}}$<br>i) $-\frac{3}{5} \cdot \sqrt{5}$ | b) $-\frac{1}{2} \cdot \sqrt{8}$<br>d) $-\frac{3}{8} \cdot \sqrt{128}$<br>f) $-\frac{3}{10} \cdot \sqrt{3\frac{1}{3}}$<br>h) $-5 \cdot \sqrt{\frac{3}{5}}$<br>k) $-\frac{4}{5} \cdot \sqrt{75}$ |
|--|---|

### Lösung A1

a)  $3 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = \sqrt{18}$   
 c)  $6 \cdot \sqrt{10} = \sqrt{6^2 \cdot 10} = \sqrt{360}$   
 e)  $4 \cdot \sqrt{15} = \sqrt{4^2 \cdot 15} = \sqrt{240}$   
 g)  $9 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{9^2 \cdot 3} = \sqrt{243}$   
 i)  $8 \cdot \sqrt{11} = \sqrt{8^2 \cdot 11} = \sqrt{704}$   
 k)  $0,6 \cdot \sqrt{10} = \sqrt{0,6^2 \cdot 10} = \sqrt{3,6}$

b)  $2 \cdot \sqrt{5} = \sqrt{2^2 \cdot 5} = \sqrt{20}$   
 d)  $12 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{12^2 \cdot 2} = \sqrt{288}$   
 f)  $11 \cdot \sqrt{6} = \sqrt{11^2 \cdot 6} = \sqrt{242}$   
 h)  $15 \cdot \sqrt{7} = \sqrt{15^2 \cdot 7} = \sqrt{1575}$   
 j)  $5 \cdot \sqrt{5} = \sqrt{5^2 \cdot 5} = \sqrt{125}$   
 l)  $1,2 \cdot \sqrt{5} = \sqrt{1,2^2 \cdot 5} = \sqrt{7,2}$

### Lösung A2

a)  $5 \cdot \sqrt{\frac{3}{10}} = \sqrt{25 \cdot \frac{3}{10}} = \sqrt{\frac{15}{2}}$   
 c)  $4 \cdot \sqrt{\frac{7}{8}} = \sqrt{16 \cdot \frac{7}{8}} = \sqrt{14}$   
 e)  $\frac{14}{5} \cdot \sqrt{\frac{75}{98}} = \sqrt{\frac{14}{5} \cdot \frac{14}{5} \cdot \frac{75}{98}} = \sqrt{6}$   
 g)  $\frac{4}{3} \cdot \sqrt{45} = \sqrt{\frac{16}{9} \cdot 45} = \sqrt{80}$   
 i)  $\frac{11}{12} \cdot \sqrt{\frac{12}{11}} = \sqrt{\frac{11}{12} \cdot \frac{11}{12} \cdot \frac{12}{11}} = \sqrt{\frac{11}{12}}$   
 k)  $3\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{7}} = \sqrt{\frac{49}{4} \cdot \frac{2}{7}} = \sqrt{\frac{7}{2}}$

b)  $\frac{3}{4} \cdot \sqrt{\frac{8}{15}} = \sqrt{\frac{9}{16} \cdot \frac{8}{15}} = \sqrt{\frac{3}{10}}$   
 d)  $8 \cdot \sqrt{\frac{5}{12}} = \sqrt{64 \cdot \frac{5}{12}} = \sqrt{\frac{80}{3}}$   
 f)  $\frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{27}{28}} = \sqrt{\frac{4}{9} \cdot \frac{27}{28}} = \sqrt{\frac{3}{7}}$   
 h)  $\frac{5}{6} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{\frac{25}{36} \cdot 18} = \sqrt{\frac{25}{2}}$   
 j)  $\frac{7}{8} \cdot \sqrt{\frac{8}{7}} = \sqrt{\frac{7}{18} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{8}{7}} = \sqrt{\frac{7}{18}}$   
 l)  $\frac{5}{13} \cdot \sqrt{\frac{91}{125}} = \sqrt{\frac{5}{13} \cdot \frac{5}{13} \cdot \frac{91}{125}} = \sqrt{\frac{3}{10}}$

### Lösung A3

a)  $-8 \cdot \sqrt{5} = -\sqrt{8^2 \cdot 5} = -\sqrt{320}$   
 c)  $-\frac{3}{4} \cdot \sqrt{\frac{32}{45}} = -\sqrt{\frac{9}{16} \cdot \frac{32}{45}} = -\sqrt{\frac{2}{5}}$   
 e)  $-0,3 \cdot \sqrt{0,5} = -\sqrt{0,09 \cdot 0,5} = -\sqrt{0,045}$   
 g)  $-3\frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{3}{10}} = -\sqrt{\frac{100}{9} \cdot \frac{3}{10}} = -\sqrt{\frac{10}{3}}$   
 i)  $-\frac{3}{5} \cdot \sqrt{5} = -\sqrt{\frac{9}{25} \cdot 5} = -\sqrt{\frac{9}{5}}$

b)  $-\frac{1}{2} \cdot \sqrt{8} = -\sqrt{\frac{1}{4} \cdot 8} = -\sqrt{2}$   
 d)  $-\frac{3}{8} \cdot \sqrt{128} = -\sqrt{\frac{9}{64} \cdot 128} = -\sqrt{18}$   
 f)  $-\frac{3}{10} \cdot \sqrt{3\frac{1}{3}} = -\sqrt{\frac{9}{100} \cdot \frac{10}{3}} = -\sqrt{\frac{9}{10}}$   
 h)  $-5 \cdot \sqrt{\frac{3}{5}} = -\sqrt{25 \cdot \frac{3}{5}} = -\sqrt{15}$   
 k)  $-\frac{4}{5} \cdot \sqrt{75} = -\sqrt{\frac{16}{25} \cdot 75} = -\sqrt{48}$



### Aufgabe A1

Bringe den Faktor vor der Wurzel unter die Wurzel.

- |                        |                       |
|------------------------|-----------------------|
| a) $4 \cdot \sqrt{2}$  | b) $5 \cdot \sqrt{3}$ |
| c) $2 \cdot \sqrt{5}$  | d) $2 \cdot \sqrt{2}$ |
| e) $9 \cdot \sqrt{2}$  | f) $8 \cdot \sqrt{3}$ |
| g) $5 \cdot \sqrt{5}$  | h) $3 \cdot \sqrt{5}$ |
| i) $4 \cdot \sqrt{5}$  | j) $9 \cdot \sqrt{3}$ |
| k) $2 \cdot \sqrt{10}$ | l) $3 \cdot \sqrt{6}$ |
| m) $2 \cdot \sqrt{11}$ | n) $6 \cdot \sqrt{2}$ |

### Aufgabe A2

Bringe den wurzelfreien Faktor unter die Wurzel.

- |                            |                             |
|----------------------------|-----------------------------|
| a) $2 \cdot \sqrt{a}$      | b) $5a \cdot \sqrt{b}$      |
| c) $4y \cdot \sqrt{3x}$    | d) $9x \cdot \sqrt{x}$      |
| e) $4m \cdot \sqrt{n}$     | f) $2 \cdot \sqrt{2a}$      |
| g) $4x^2y \cdot \sqrt{3y}$ | h) $7a^2b \cdot \sqrt{2ab}$ |
| i) $2ab^2 \cdot \sqrt{6b}$ | j) $3y \cdot \sqrt{6xy}$    |

### Aufgabe A3

Bringe ebenso den Faktor vor der Wurzel unter die Wurzel und vereinfache den Ausdruck unter der Wurzel so weit wie möglich.

- |                        |                             |
|------------------------|-----------------------------|
| a) $3\sqrt{a+b}$       | b) $2\sqrt{x-y}$            |
| c) $3\sqrt{m-3n}$      | d) $3\sqrt{p+3q}$           |
| e) $4m\sqrt{n}$        | f) $3x\sqrt{y^3-2}$         |
| g) $2b\sqrt{2a+3ab}$   | h) $2uv\sqrt{3uv-2}$        |
| i) $5\sqrt{2a^2+3b^2}$ | j) $3y \cdot \sqrt{6x+y^2}$ |

### Aufgabe A4

Bringe den wurzelfreien Faktor unter die Wurzel.

- |                               |                             |
|-------------------------------|-----------------------------|
| a) $\frac{1}{3}\sqrt[3]{2}$   | b) $\frac{1}{3}\sqrt{7}$    |
| c) $\frac{1}{2}\sqrt[4]{3}$   | d) $\frac{4}{5}\sqrt[3]{a}$ |
| e) $\frac{1}{y}\sqrt[4]{x^2}$ | f) $\frac{b^5}{a}\sqrt{11}$ |
| g) $a^n\sqrt{\frac{1}{b}}$    | h) $\frac{a}{b}\sqrt[n]{a}$ |

### Lösung A1

- |  |   |
|--|---|
| a) $4 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{4^2 \cdot 2} = \sqrt{32}$<br>c) $2 \cdot \sqrt{5} = \sqrt{2^2 \cdot 5} = \sqrt{20}$<br>e) $9 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{9^2 \cdot 2} = \sqrt{162}$<br>g) $5 \cdot \sqrt{5} = \sqrt{5^2 \cdot 5} = \sqrt{125}$<br>i) $4 \cdot \sqrt{5} = \sqrt{4^2 \cdot 5} = \sqrt{80}$<br>k) $2 \cdot \sqrt{10} = \sqrt{2^2 \cdot 10} = \sqrt{40}$<br>m) $2 \cdot \sqrt{11} = \sqrt{2^2 \cdot 11} = \sqrt{44}$ | b) $5 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{5^2 \cdot 3} = \sqrt{75}$<br>d) $2 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2^2 \cdot 2} = \sqrt{8}$<br>f) $8 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{8^2 \cdot 3} = \sqrt{192}$<br>h) $3 \cdot \sqrt{5} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = \sqrt{45}$<br>j) $9 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{9^2 \cdot 3} = \sqrt{243}$<br>l) $3 \cdot \sqrt{6} = \sqrt{3^2 \cdot 6} = \sqrt{54}$<br>n) $6 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{6^2 \cdot 2} = \sqrt{72}$ |
|--|---|

### Lösung A2

- |  |  |
|--|--|
| a) $2 \cdot \sqrt{a} = \sqrt{4a}$<br>c) $4y \cdot \sqrt{3x} = \sqrt{48xy^2}$<br>e) $4m \cdot \sqrt{n} = \sqrt{16m^2n}$<br>g) $4x^2y \cdot \sqrt{3y} = \sqrt{48x^2y^3}$<br>i) $2ab^2 \cdot \sqrt{6b} = \sqrt{24a^2b^5}$ | b) $5a \cdot \sqrt{b} = \sqrt{25a^2b}$<br>d) $9x \cdot \sqrt{x} = \sqrt{81x^3}$<br>f) $2 \cdot \sqrt{2a} = \sqrt{8a}$<br>h) $7a^2b \cdot \sqrt{2ab} = \sqrt{98a^5b^3}$<br>j) $3y \cdot \sqrt{6xy} = \sqrt{54xy^3}$ |
|--|--|

### Lösung A3

- |  |  |
|--|--|
| a) $3\sqrt{a+b} = \sqrt{9(a+b)}$<br>c) $3\sqrt{m-3n} = \sqrt{9(m-3n)}$<br>e) $4m\sqrt{n} = \sqrt{16m^2n}$<br>g) $2b\sqrt{2a+3ab} = \sqrt{4b^2(2a+3ab)}$<br>i) $5\sqrt{2a^2+3b^2} = \sqrt{25(2a^2+3b^2)}$ | b) $2\sqrt{x-y} = \sqrt{4(x-y)}$<br>d) $3\sqrt{p+3q} = \sqrt{9(p+3q)}$<br>f) $3x\sqrt{y^3-2} = \sqrt{9x^2(y^3-2)}$<br>h) $2uv\sqrt{3uv-2} = \sqrt{4u^2v^2(3uv-2)}$<br>j) $3y \cdot \sqrt{6x+y^2} = \sqrt{54xy^2+9y^4}$ |
|--|--|

### Lösung A4

- |  |   |
|--|---|
| a) $\frac{1}{3}\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{\frac{2}{27}}$<br>c) $\frac{1}{2}\sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{\frac{3}{16}}$<br>e) $\frac{1}{y}\sqrt[4]{x^2} = \sqrt[4]{\frac{x^2}{y^4}}$<br>g) $a^n\sqrt[n]{\frac{1}{b}} = \sqrt[n]{\frac{a^n}{b}}$ | b) $\frac{1}{3}\sqrt{7} = \sqrt{\frac{7}{9}}$<br>d) $\frac{4}{5}\sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{\frac{4^3a}{5^3}}$<br>f) $\frac{b}{a}\sqrt[5]{\frac{6b^2}{11}} = \sqrt[5]{\frac{6b^2a^4}{11a^5}}$<br>h) $\frac{a}{b}\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{\frac{a^{n+1}}{b^n}}$ |
|--|---|



### Aufgabe A1

Mache den Nenner rational.

- |   |   |
|---|---|
| a) $\frac{1}{\sqrt{5}}$<br>c) $\frac{2}{\sqrt{26}}$<br>e) $\frac{7}{\sqrt{65}}$ | b) $\frac{5}{\sqrt{7}}$<br>d) $\frac{5}{\sqrt{11}}$<br>f) $\frac{11}{\sqrt{242}}$ |
|---|---|

### Aufgabe A2

Schreibe als Quotient zweier Wurzeln und mache den Nenner rational.

- |   |   |
|---|---|
| a) $\sqrt{\frac{3}{5}}$<br>c) $\sqrt{\frac{3}{13}}$<br>e) $\sqrt{\frac{5}{17}}$ | b) $\sqrt{\frac{7}{8}}$<br>d) $\sqrt{\frac{8}{11}}$<br>f) $\sqrt{\frac{6}{19}}$ |
|---|---|

### Aufgabe A3

Mache den Nenner rational.

- |   |   |
|---|---|
| a) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$<br>c) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$<br>e) $\frac{\sqrt{13}-\sqrt{7}}{2\sqrt{7}}$ | b) $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{12}}{\sqrt{7}}$<br>d) $\frac{\sqrt{6}+2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$<br>f) $\frac{\sqrt{15}+3\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}$ |
|---|---|

### Aufgabe A4

Mache den Nenner rational.

- |   |   |
|---|---|
| a) $\frac{6}{\sqrt{3}}$<br>c) $\frac{6\sqrt{5}}{5\sqrt{2}}$<br>e) $\frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{7}}$<br>g) $\sqrt{\frac{8}{3}}$<br>i) $\frac{x}{\sqrt{y+2}}$ | b) $\frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{2}-\sqrt{3}}$<br>d) $\frac{2\sqrt{7}}{3\sqrt{7}+7}$<br>f) $\frac{2\sqrt{5}-3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}+3\sqrt{2}}$<br>h) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$<br>j) $\frac{4\sqrt{2}-6\sqrt{5}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{5}}$ |
|---|---|

### Aufgabe A5

Mache die Nenner rational, vereinfache und gib einschränkende Bedingungen an.

- |  |   |
|--|---|
| a) $\frac{1}{\sqrt{x}}$<br>c) $\frac{3}{3-\sqrt{x}}$<br>e) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$<br>g) $\frac{2}{\sqrt{a}-b}$<br>i) $\frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}}$<br>k) $\frac{\sqrt{5a}}{5-\sqrt{5a}}$ | b) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+b}$<br>d) $\frac{2}{3-\sqrt{a}}$<br>f) $\frac{b}{\sqrt{b}-2}$<br>h) $\frac{\sqrt{a}}{4+\sqrt{a}}$<br>j) $\frac{\sqrt{x-y}}{\sqrt{x+y}}$<br>l) $\frac{2}{2+\sqrt{x}}$ |
|--|---|

### Lösung A1

<p>a) <math>\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}^2} = \frac{1}{5} \sqrt{5}</math></p> <p>c) <math>\frac{2 \cdot \sqrt{26}}{\sqrt{26} \cdot \sqrt{26}} = \frac{2 \cdot \sqrt{26}}{\sqrt{26}^2} = \frac{2}{26} \sqrt{26} = \frac{1}{13} \sqrt{26}</math></p> <p>e) <math>\frac{7 \cdot \sqrt{65}}{\sqrt{65} \cdot \sqrt{65}} = \frac{7 \cdot \sqrt{65}}{\sqrt{65}^2} = \frac{7}{65} \sqrt{65}</math></p>	<p>b) <math>\frac{5 \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \frac{5 \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7}^2} = \frac{5}{7} \sqrt{7}</math></p> <p>d) <math>\frac{5 \cdot \sqrt{11}}{\sqrt{11} \cdot \sqrt{11}} = \frac{5 \cdot \sqrt{11}}{\sqrt{11}^2} = \frac{5}{11} \sqrt{11}</math></p> <p>f) <math>\frac{11 \cdot \sqrt{242}}{\sqrt{242} \cdot \sqrt{242}} = \frac{11 \cdot \sqrt{242}}{\sqrt{242}^2} = \frac{11 \cdot 11 \sqrt{2}}{242} = \frac{1}{2} \sqrt{2}</math></p>
--	--

### Lösung A2

<p>a) <math>\sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}^2} = \frac{1}{5} \sqrt{15}</math></p> <p>c) <math>\sqrt{\frac{3}{13}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{13}}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{13}} = \frac{1}{13} \sqrt{39}</math></p> <p>e) <math>\sqrt{\frac{5}{17}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{17}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{17}}{\sqrt{17} \cdot \sqrt{17}} = \frac{1}{17} \sqrt{85}</math></p>	<p>b) <math>\sqrt{\frac{7}{8}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{7} \cdot \sqrt{8}}{\sqrt{8} \cdot \sqrt{8}} = \frac{2 \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{8}^2} = \frac{1}{4} \sqrt{14}</math></p> <p>d) <math>\sqrt{\frac{8}{11}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{11}} = \frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{11}}{\sqrt{11} \cdot \sqrt{11}} = \frac{1}{11} \sqrt{22}</math></p> <p>f) <math>\sqrt{\frac{6}{19}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{19}} = \frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{19}}{\sqrt{19} \cdot \sqrt{19}} = \frac{1}{19} \sqrt{113}</math></p>
--	---

### Lösung A3

<p>a) <math>\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6} + 3}{3}</math></p> <p>c) <math>\frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{2}) \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{5 + \sqrt{10}}{5}</math></p> <p>e) <math>\frac{\sqrt{13} - \sqrt{7}}{2\sqrt{7}} = \frac{(\sqrt{13} - \sqrt{7}) \cdot \sqrt{7}}{2\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{78} - 7}{14}</math></p>	<p>b) <math>\frac{\sqrt{7} - \sqrt{12}}{\sqrt{7}} = \frac{(\sqrt{7} - \sqrt{12}) \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \frac{7 - 2\sqrt{21}}{7}</math></p> <p>d) <math>\frac{\sqrt{6} + 2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{6} + 2\sqrt{3}) \cdot \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{18} + 6}{6}</math></p> <p>f) <math>\frac{\sqrt{15} + 3\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{15} + 3\sqrt{3}) \cdot \sqrt{3}}{3\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{45} + 9}{9}</math></p>
--	---

### Lösung A4

<p>a) <math>\frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{6 \cdot \sqrt{3}}{3} = 2 \cdot \sqrt{3}</math></p> <p>c) <math>\frac{6 \cdot \sqrt{5}}{5 \cdot \sqrt{2}} = \frac{6 \sqrt{5} \cdot \sqrt{2}}{5 \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{6 \cdot \sqrt{10}}{10} = \frac{3}{5} \cdot \sqrt{10}</math></p> <p>e) <math>\frac{\sqrt{3} + 2}{\sqrt{7}} = \frac{(\sqrt{3} + 2) \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21} + 2\sqrt{7}}{7}</math></p> <p>g) <math>\sqrt{\frac{8}{3}} = \frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{24}}{3} = \frac{2}{3} \sqrt{6}</math></p> <p>i) <math>\frac{x}{\sqrt{y+2}} = \frac{x \cdot \sqrt{y+2}}{\sqrt{y+2} \cdot \sqrt{y+2}} = \frac{x \cdot \sqrt{y+2}}{y+2}</math></p>	<p>b) <math>\frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5} \cdot (3\sqrt{2} + \sqrt{3})}{(3\sqrt{2} - \sqrt{3}) \cdot (3\sqrt{2} + \sqrt{3})} = \frac{3\sqrt{10} + \sqrt{15}}{15}</math></p> <p>d) <math>\frac{2\sqrt{7}}{3\sqrt{7} + 7} = \frac{2\sqrt{7} \cdot (3\sqrt{7} - 7)}{(3\sqrt{7} + 7) \cdot (3\sqrt{7} - 7)} = \frac{42 - 14\sqrt{7}}{14} = 3 - \sqrt{7}</math></p> <p>f) <math>\frac{2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}}{2\sqrt{5} + 3\sqrt{2}} = \frac{(2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}) \cdot (2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})}{(2\sqrt{5} + 3\sqrt{2}) \cdot (2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})} = \frac{20 - 12\sqrt{10} + 18}{20 - 18}</math>  <math>= \frac{2 - 12\sqrt{10}}{2} = 1 - 6\sqrt{10}</math></p> <p>h) <math>\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b})}{(\sqrt{a} + \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b})} = \frac{a - \sqrt{ab}}{a - b}</math></p> <p>j) <math>\frac{4\sqrt{2} - 6\sqrt{5}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{5}} = \frac{(4\sqrt{2} - 6\sqrt{5}) \cdot (3\sqrt{2} + 2\sqrt{5})}{(3\sqrt{2} - 2\sqrt{5}) \cdot (3\sqrt{2} + 2\sqrt{5})} = \frac{24 + 8\sqrt{10} - 18\sqrt{10} - 60}{18 - 20}</math>  <math>= \frac{-36 - 8\sqrt{10}}{-2} = 18 + 4\sqrt{10}</math></p>
--	--

Lösung A5

a)  $\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{x} = \frac{1}{x} \cdot \sqrt{x}$   
 $x > 0$

c)  $\frac{3}{3-\sqrt{x}} = \frac{3 \cdot (3+\sqrt{x})}{(3-\sqrt{x}) \cdot (3+\sqrt{x})} = \frac{6+3\sqrt{x}}{9-x}$   
 $x \geq 0 \wedge x \neq 9$

e)  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} \cdot (\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a}-\sqrt{b})} = \frac{a-\sqrt{ab}}{a-b}$   
 $a; b \geq 0 \wedge a - b \neq 0$

g)  $\frac{2}{\sqrt{a-b}} = \frac{2 \cdot \sqrt{a-b}}{\sqrt{a-b}^2} = \frac{2 \cdot \sqrt{a-b}}{a-b}$   
 $a \geq b \wedge a \neq b \Rightarrow a > b$

i)  $\frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}} = \frac{3\sqrt{a} \cdot (\sqrt{b}+\sqrt{a})}{(\sqrt{b}-\sqrt{a}) \cdot (\sqrt{b}+\sqrt{a})} = \frac{a(\sqrt{ab}+a)}{b-a}$   
 $a; b \geq 0 \wedge b - a \neq 0$

k)  $\frac{\sqrt{5a}}{5-\sqrt{5a}} = \frac{\sqrt{5a} \cdot (5+\sqrt{5a})}{(5-\sqrt{5a}) \cdot (5+\sqrt{5a})} = \frac{5(\sqrt{5a}+5a)}{25-a}$   
 $a \geq 0 \wedge a \neq 25$

b)  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a+b}} = \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a+b}}{\sqrt{a+b} \cdot \sqrt{a+b}} = \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a+b}}{a+b}$   
 $a \geq 0 \wedge a > b$

d)  $\frac{2}{3\sqrt{a}} = \frac{2 \cdot \sqrt{a}}{3 \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{a}} = \frac{2\sqrt{a}}{3a}$   
 $a > 0$

f)  $\frac{b}{\sqrt{b}-2} = \frac{b \cdot (\sqrt{b}+2)}{(\sqrt{b}-2) \cdot (\sqrt{b}+2)} = \frac{b \cdot (\sqrt{b}+2)}{b-4}$   
 $b \geq 0$

h)  $\frac{\sqrt{a}}{4+\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a} \cdot (4-\sqrt{a})}{(4+\sqrt{a}) \cdot (4-\sqrt{a})} = \frac{4\sqrt{a}-a}{16-a}$   
 $a \geq 0 \wedge a \neq 16$

j)  $\frac{\sqrt{x-y}}{\sqrt{x+y}} = \frac{\sqrt{x-y} \cdot \sqrt{x+y}}{\sqrt{x+y}^2} = \frac{\sqrt{x^2-y^2}}{x+y}$   
 $x > -y \wedge x - y \geq 0 \Rightarrow x \geq y$

l)  $\frac{2}{2+\sqrt{x}} = \frac{2 \cdot (2-\sqrt{x})}{(2+\sqrt{x}) \cdot (2-\sqrt{x})} = \frac{4-2\sqrt{x}}{4-x}$   
 $x \geq 0 \wedge x \neq 4$





### Aufgabe A1

Mache den Nenner rational.

- |  |  |
|--|--|
| <p>a) <math>\frac{8}{\sqrt{2}}</math></p> <p>c) <math>\frac{\sqrt{14}}{3 \cdot \sqrt{5}}</math></p> <p>e) <math>\sqrt{\frac{3}{5}}</math></p> <p>g) <math>\frac{5 \cdot \sqrt{3}}{3 \cdot \sqrt{5}}</math></p> <p>i) <math>\frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{5}}</math></p> <p>k) <math>\frac{3\sqrt{27}-2\sqrt{48}}{2\sqrt{3}}</math></p> | <p>b) <math>\frac{3}{5 \cdot \sqrt{3}}</math></p> <p>d) <math>\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}</math></p> <p>f) <math>\sqrt{5 \frac{2}{3}}</math></p> <p>h) <math>\frac{7 \cdot \sqrt{14}}{3 \cdot \sqrt{35}}</math></p> <p>j) <math>\frac{\sqrt{12}-\sqrt{7}}{\sqrt{3}}</math></p> <p>l) <math>\frac{4\sqrt{5}+3\sqrt{8}}{5\sqrt{20}}</math></p> |
|--|--|

### Aufgabe A2

Mache den Nenner rational und vereinfache so weit wie möglich.

- |  |   |
|--|---|
| <p>a) <math>\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}</math></p> <p>c) <math>\frac{3}{5\sqrt{2}+2\sqrt{5}}</math></p> <p>e) <math>\frac{8\sqrt{7}}{8\sqrt{7}-7\sqrt{8}}</math></p> <p>g) <math>\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}</math></p> <p>i) <math>\frac{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}}{5\sqrt{3}-3\sqrt{5}}</math></p> <p>k) <math>\frac{3\sqrt{3}-2}{2\sqrt{2}+3}</math></p> | <p>b) <math>\frac{7}{\sqrt{10}-\sqrt{5}}</math></p> <p>d) <math>\frac{\sqrt{12}}{3\sqrt{3}+4\sqrt{12}}</math></p> <p>f) <math>\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}</math></p> <p>h) <math>\frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}</math></p> <p>j) <math>\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}</math></p> <p>l) <math>\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}</math></p> |
|--|---|

### Aufgabe A3

Mache den Nenner rational, vereinfache so weit wie möglich und gib einschränkende Bedingungen an.

- |   |   |
|---|---|
| <p>a) <math>\sqrt{\frac{a}{a+b}}</math></p> <p>c) <math>\sqrt{\frac{a+b}{a}}</math></p> | <p>b) <math>\frac{3\sqrt{15}+5\sqrt{125}-2\sqrt{20}}{12\sqrt{5}}</math></p> <p>d) <math>\frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{2a+3b}}</math></p> |
|---|---|

### Lösung A1

a)  $\frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{8 \cdot \sqrt{2}}{2} = 4 \cdot \sqrt{2}$

c)  $\frac{\sqrt{14}}{3 \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{14} \cdot \sqrt{5}}{3 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{70}}{15} = \frac{1}{15} \sqrt{70}$

e)  $\sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5} = \frac{1}{5} \cdot \sqrt{15}$

g)  $\frac{5 \cdot \sqrt{3}}{3 \cdot \sqrt{5}} = \frac{5 \sqrt{3} \cdot \sqrt{5}}{3 \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{5 \sqrt{15}}{15} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{15}$

i)  $\frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{3}-2) \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}-2\sqrt{5}}{5}$

k)  $\frac{3\sqrt{27}-2\sqrt{48}}{2\sqrt{3}} = \frac{(3\sqrt{27}-2\sqrt{48}) \cdot \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{27-24}{6} = \frac{1}{2}$

b)  $\frac{3}{5 \cdot \sqrt{3}} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{5 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{15} = \frac{1}{5} \cdot \sqrt{3}$

d)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{6}$

f)  $\sqrt{5 \frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{17} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{51}}{3} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{51}$

h)  $\frac{7 \cdot \sqrt{14}}{3 \cdot \sqrt{35}} = \frac{7 \sqrt{14} \cdot \sqrt{35}}{3 \sqrt{35} \cdot \sqrt{35}} = \frac{7 \sqrt{490}}{105} = \frac{7 \cdot 7 \sqrt{10}}{15 \cdot 7} = \frac{7}{15} \sqrt{10}$

j)  $\frac{\sqrt{12}-\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{12}-\sqrt{7}) \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{60}-\sqrt{35}}{3}$

l)  $\frac{4\sqrt{5}+3\sqrt{8}}{5\sqrt{20}} = \frac{(4\sqrt{5}+3\sqrt{8}) \cdot \sqrt{20}}{5\sqrt{20} \cdot \sqrt{20}} = \frac{40-12\sqrt{10}}{100} = \frac{20-6\sqrt{10}}{50}$

### Lösung A2

a)  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5} \cdot (\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \frac{5+\sqrt{15}}{16}$

c)  $\frac{5\sqrt{2}+2\sqrt{5}}{3} = \frac{(5\sqrt{2}+2\sqrt{5})(5\sqrt{2}-2\sqrt{5})}{3 \cdot (5\sqrt{2}-2\sqrt{5})} = \frac{15\sqrt{2}-6\sqrt{5}}{3 \cdot (5\sqrt{2}-2\sqrt{5})} = \frac{50-40}{10} = \frac{10}{10} = 1$

e)  $\frac{8\sqrt{7}}{8\sqrt{7}-7\sqrt{8}} = \frac{8\sqrt{7} \cdot (8\sqrt{7}+7\sqrt{8})}{(8\sqrt{7}-7\sqrt{8})(8\sqrt{7}+7\sqrt{8})} = \frac{448+56\sqrt{56}}{448-392} = \frac{448-112\sqrt{14}}{56} = 8 - 2\sqrt{14}$

g)  $\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \frac{(2+\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = 7 + 4\sqrt{3}$

i)  $\frac{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}}{5\sqrt{3}-3\sqrt{5}} = \frac{(5\sqrt{3}+3\sqrt{5})(5\sqrt{3}+3\sqrt{5})}{(5\sqrt{3}-3\sqrt{5})(5\sqrt{3}+3\sqrt{5})} = \frac{75+30\sqrt{15}+45}{75-45} = 4 + \sqrt{15}$

k)  $\frac{3\sqrt{3}-2}{2\sqrt{2}+3} = \frac{(3\sqrt{3}-2)(2\sqrt{2}-3)}{(2\sqrt{2}+3)(2\sqrt{2}-3)} = -(3\sqrt{3}-2) \cdot (2\sqrt{2}-3)$

b)  $\frac{7}{\sqrt{10}-\sqrt{5}} = \frac{7 \cdot (\sqrt{10}+\sqrt{5})}{(\sqrt{10}-\sqrt{5})(\sqrt{10}+\sqrt{5})} = \frac{7 \cdot (\sqrt{10}+\sqrt{5})}{75}$

d)  $\frac{\sqrt{12}}{3\sqrt{3}+4\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{12} \cdot (3\sqrt{3}-4\sqrt{12})}{(3\sqrt{3}+4\sqrt{12})(3\sqrt{3}-4\sqrt{12})} = \frac{18-48}{27-192} = \frac{2}{11}$

f)  $\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{(2-\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \frac{4-4\sqrt{3}+3}{4-3} = 7 - 4\sqrt{3}$

h)  $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{15}-\sqrt{5})(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{(\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{6}+\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{90}-\sqrt{10}}{6-2} = \frac{1}{2} \sqrt{10}$

j)  $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{10}-\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{50}-\sqrt{20}-\sqrt{10}+2}{3}$

l)  $\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = -\sqrt{6}$

### Lösung A3

a)  $\sqrt{\frac{a}{a+b}} = \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a+b}}{\sqrt{a+b} \cdot \sqrt{a+b}} = \frac{\sqrt{a^2+ab}}{a+b}$   
 [a > 0; b > 0]

c)  $\sqrt{\frac{a+b}{a}} = \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a+b}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a^2+ab}}{a}$   
 [a > 0; b > 0]

b)  $\frac{3\sqrt{15}+5\sqrt{125}-2\sqrt{20}}{12\sqrt{5}} = \frac{(3\sqrt{15}+5\sqrt{125}-2\sqrt{20}) \cdot \sqrt{5}}{12\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{15\sqrt{3}+125-20}{120} = \frac{15\sqrt{3}+105}{120} = \frac{\sqrt{3}+7}{8}$

d)  $\frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{2a+3b}} = \frac{3\sqrt{a} \cdot \sqrt{2a+3b}}{\sqrt{2a+3b} \cdot \sqrt{2a+3b}} = \frac{3\sqrt{2a^2+3ab}}{2a+3b}$   
 [a > 0; b > 0]



### Aufgabe A1

Schreibe als Potenz mit gebrochenem Exponenten.

- |   |   |
|---|---|
| a) $\sqrt[3]{30}$<br>c) $\sqrt[8]{x}$<br>e) $\sqrt[3]{5a}$<br>g) $\sqrt[7]{b^{11}}$<br>i) $\sqrt[n]{5m}$<br>k) $\sqrt{3^x}$ | b) $\sqrt[7]{a}$<br>d) $\sqrt[4]{\frac{12}{7}}$<br>f) $\sqrt[8]{5^3}$<br>h) $\sqrt[5]{c^y}$<br>j) $\sqrt[x]{5^y}$<br>l) $\sqrt[4]{c^a}$ |
|---|---|

### Aufgabe A2

Schreibe als Wurzel.

- |   |  |
|---|--|
| a) $5^{\frac{2}{3}}$<br>c) $2^{\frac{2}{9}}$<br>e) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}}$<br>g) $\left(\frac{1}{10}\right)^{\frac{2}{7}}$<br>i) $(xy)^{\frac{3}{4}}$<br>k) $(mn)^{\frac{x}{y}}$ | b) $7^{\frac{3}{5}}$<br>d) $0,3^{\frac{3}{4}}$<br>f) $\left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{7}{8}}$<br>h) $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{2}{3}}$<br>j) $(py)^{\frac{a}{b}}$<br>l) $(cd)^{\frac{m}{n}}$ |
|---|--|

### Aufgabe A3

Schreibe in Potenzform und berechne.

- |   |  |
|---|--|
| a) $\sqrt[5]{a^5}$<br>c) $\sqrt[5]{a^{10}}$<br>e) $\sqrt[7]{x^{21}}$<br>g) $\sqrt[3]{125x^{21}}$<br>i) $(\sqrt[4]{x^3})^8$<br>k) $(\sqrt{x^5})^8$ | b) $(\sqrt[7]{a})^7$<br>d) $\sqrt[4]{a^{16}}$<br>f) $\sqrt[4]{x^{24}}$<br>h) $\sqrt[3]{27a^6}$<br>j) $(\sqrt[3]{x^2})^6$<br>l) $(\sqrt[3]{x^3})^6$ |
|---|--|

### Lösung A1

- |  |   |
|--|---|
| a) $\sqrt[3]{30} = 30^{\frac{1}{3}}$<br>c) $\sqrt[8]{x} = x^{\frac{1}{8}}$<br>e) $\sqrt[3]{5a} = (5a)^{\frac{1}{3}}$<br>g) $\sqrt[7]{b^{11}} = b^{\frac{11}{7}}$<br>i) $\sqrt[n]{5m} = 5^{\frac{m}{n}}$<br>k) $\sqrt{3^x} = 3^{\frac{x}{2}}$ | b) $\sqrt[7]{a} = a^{\frac{1}{7}}$<br>d) $\sqrt[4]{\frac{12}{7}} = \left(\frac{12}{7}\right)^{\frac{1}{4}}$<br>f) $\sqrt[8]{5^3} = 5^{\frac{3}{8}}$<br>h) $\sqrt[5]{c^y} = c^{\frac{y}{5}}$<br>j) $\sqrt[x]{5^y} = 5^{\frac{y}{x}}$<br>l) $\sqrt[4]{c^a} = c^{\frac{a}{4}}$ |
|--|---|

### Lösung A2

- |   |  |
|---|--|
| a) $5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2}$<br>c) $2^{\frac{2}{9}} = \sqrt[9]{2^2}$<br>e) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{\frac{1}{2}}$<br>g) $\left(\frac{1}{10}\right)^{\frac{2}{7}} = \sqrt[7]{\left(\frac{1}{10}\right)^2}$<br>i) $(xy)^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{(xy)^3}$<br>k) $(mn)^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{(mn)^x}$ | b) $7^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{7^3}$<br>d) $0,3^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{0,3^3}$<br>f) $\left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{7}{8}} = \sqrt[8]{\left(\frac{3}{7}\right)^7}$<br>h) $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{a}{b}\right)^2}$<br>j) $(py)^{\frac{a}{b}} = \sqrt[b]{(py)^a}$<br>l) $(cd)^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{(cd)^m}$ |
|---|--|

### Lösung A3

- |  |   |
|--|---|
| a) $\sqrt[5]{a^5} = a^{\frac{5}{5}} = a$<br>c) $\sqrt[5]{a^{10}} = a^{\frac{10}{5}} = a^2$<br>e) $\sqrt[7]{x^{21}} = x^{\frac{21}{7}} = x^3$<br>g) $\sqrt[3]{125x^{21}} = 125^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{21}{3}} = 5x^7$<br>i) $(\sqrt[4]{x^3})^8 = (x^{\frac{3}{4}})^8 = x^6$<br>k) $(\sqrt{x^5})^8 = (x^{\frac{5}{2}})^8 = x^{20}$ | b) $(\sqrt[7]{a})^7 = a^{\frac{7}{7}} = a$<br>d) $\sqrt[4]{a^{16}} = a^{\frac{16}{4}} = a^4$<br>f) $\sqrt[4]{a^{24}} = a^{\frac{24}{4}} = a^6$<br>h) $\sqrt[3]{27a^6} = 3 \cdot a^{\frac{6}{3}} = 3a^2$<br>j) $(\sqrt[3]{x^2})^6 = (x^{\frac{2}{3}})^6 = x^4$<br>l) $(\sqrt[3]{x^3})^6 = (x^{\frac{3}{3}})^6 = x^6$ |
|--|---|



### Aufgabe A1

Vereinfache, falls möglich, die Potenz und schreibe als Wurzel.

a)  $2^{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}}$

c)  $3^{\frac{5}{6}}$

e)  $2^{\frac{3}{2}}$

g)  $5 \cdot 5^{\frac{3}{4}}$

i)  $2^{-\frac{1}{6}}$

k)  $2^{-\frac{1}{2}}$

b)  $6^{\frac{1}{4} + \frac{1}{3}}$

d)  $4^{\frac{15}{56}}$

f)  $3 \cdot 3^{\frac{8}{15}}$

h)  $7^{\frac{319}{420}}$

j)  $6^{-\frac{2}{15}}$

l)  $3^{-\frac{13}{15}}$

### Aufgabe A2

Schreibe die Potenz als Wurzel.

a)  $x^{\frac{3}{4}}$

c)  $z^{\frac{5}{6}}$

e)  $c^{\frac{3}{2}}$

g)  $z^{\frac{7}{4}}$

i)  $x^{-\frac{1}{6}}$

k)  $c^{-\frac{1}{2}}$

b)  $y^{\frac{7}{12}}$

d)  $a^{\frac{15}{56}}$

f)  $x^{\frac{58}{15}}$

h)  $a^{\frac{319}{420}}$

j)  $y^{-\frac{2}{15}}$

l)  $z^{\frac{3}{4}}$

### Aufgabe A3

Schreibe die Wurzel in Potenzform.

a)  $ab\sqrt{2a+b}$

c)  $xy\sqrt{3x+y}$

e)  $lmn\sqrt{2mn+ln+lm}$

g)  $cd\sqrt{6d-c}$

i)  $\frac{1}{abc\sqrt{7ac+ab+bc}}$

k)  $2a\sqrt{3a-2}$

b)  $cd\sqrt{6c+d}$

d)  $kl\sqrt{4k+l}$

f)  $ab\sqrt{2b-a}$

h)  $\frac{1}{m\sqrt{2}}$

j)  $cd\sqrt{y^{d-c}}$

l)  $\frac{1}{abc\sqrt{a^{ac+ab+bc}}}$

### Lösung A1

a)  $2^{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}} = 2^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{8}$

c)  $3^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{3^5}$

e)  $2^{\frac{3}{2}} = \sqrt{8}$

g)  $5 \cdot 5^{\frac{3}{4}} = 5 \cdot \sqrt[4]{125}$

i)  $2^{-\frac{1}{6}} = \frac{1}{\sqrt[6]{2}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt[6]{2}$

k)  $2^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2}$

b)  $6^{\frac{1}{4} + \frac{1}{3}} = 6^{\frac{7}{12}} = \sqrt[12]{6^7}$

d)  $4^{\frac{15}{56}} = \sqrt[56]{4^{15}}$

f)  $3 \cdot 3^{\frac{8}{15}} = 3 \cdot \sqrt[15]{3^8}$

h)  $7^{\frac{319}{420}} = \sqrt[420]{7^{319}}$

j)  $6^{-\frac{2}{15}} = \frac{1}{\sqrt[15]{36}} = \frac{1}{36} \cdot \sqrt[15]{36}$

l)  $3^{-\frac{13}{15}} = \frac{1}{3 \cdot \sqrt[15]{27}} = \frac{1}{81} \cdot \sqrt[15]{27}$

### Lösung A2

a)  $x^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{x^3}$

c)  $z^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{z^5}$

e)  $c^{\frac{3}{2}} = \sqrt{c^3} = c \cdot \sqrt{c}$

g)  $z^{\frac{7}{4}} = z \cdot \sqrt[4]{z^3}$

i)  $x^{-\frac{1}{6}} = \frac{1}{\sqrt[6]{x}} = \frac{1}{x} \cdot \sqrt[6]{x}$

k)  $c^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{c}} = \frac{1}{c} \cdot \sqrt{c}$

b)  $y^{\frac{7}{12}} = \sqrt[12]{y^7}$

d)  $a^{\frac{15}{56}} = \sqrt[56]{a^{15}}$

f)  $x^{\frac{58}{15}} = x^3 \cdot \sqrt[15]{x^8}$

h)  $a^{\frac{319}{420}} = \sqrt[420]{a^{319}}$

j)  $y^{-\frac{2}{15}} = \frac{1}{\sqrt[15]{y^2}} = \frac{1}{y^2} \cdot \sqrt[15]{y^2}$

l)  $z^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{z^3}$

### Lösung A3

a)  $ab\sqrt{2a+b} = x^{\frac{a+b}{a \cdot b}}$

c)  $xy\sqrt{3x+y} = z^{\frac{x+y}{x \cdot y}}$

e)  $lmn\sqrt{2mn+ln+lm} = c^{\frac{mn+ln+lm}{l \cdot m \cdot n}}$

g)  $cd\sqrt{6d-c} = 6^{\frac{d-c}{c \cdot d}}$

i)  $\frac{1}{abc\sqrt{7ac+ab+bc}} = 7^{\frac{-ac-ab-bc}{a \cdot b \cdot c}}$

k)  $2a\sqrt{z^{3a-2}} = z^{\frac{3a-2}{2a}}$

b)  $cd\sqrt{6c+d} = y^{\frac{c+d}{c \cdot d}}$

d)  $kl\sqrt{4k+l} = a^{\frac{k+l}{k \cdot l}}$

f)  $ab\sqrt{2b-a} = 2^{\frac{b-a}{a \cdot b}}$

h)  $\frac{1}{m\sqrt{2}} = 2^{-\frac{1}{m}}$

j)  $cd\sqrt{y^{d-c}} = y^{\frac{d-c}{c \cdot d}}$

l)  $\frac{1}{abc\sqrt{a^{ac+ab+bc}}} = a^{\frac{-ac-ab-bc}{a \cdot b \cdot c}}$