Vermischte Aufgaben – Blatt 9

Lösung A1

a) $\sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{8 \cdot 3} = 2\sqrt[3]{3}$

b) $\sqrt[4]{32} = \sqrt[4]{8 \cdot 4} = 2\sqrt[3]{4}$

c) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{125} = 5$

d) $\sqrt[3]{k^2} \cdot \sqrt[3]{k^2} \cdot \sqrt[3]{k^5} = \sqrt[3]{k^9} = 3^3$

e) $\sqrt[4]{25^3} \cdot \sqrt[4]{5^2} = \sqrt[4]{25^4} = 25$

f) $\sqrt[4]{6^8} = 6^2 = 36$

Lösung A2

a) $\frac{\sqrt[4]{4}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[3]{4}}{2}$

b) $k : \sqrt[3]{k} = \frac{k}{\sqrt[3]{k}} = \frac{k \cdot \sqrt[3]{k} \cdot \sqrt[3]{k}}{\sqrt[3]{k} \cdot \sqrt[3]{k} \cdot \sqrt[3]{k}} = \sqrt[3]{k^2}$

c) $\frac{1}{\sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{16}}{4}$

Lösung A3

a) $\left(\sqrt{5}\right)^3 = 5^{\frac{3}{2}}$

b) $\sqrt[3]{k} = k^{\frac{1}{3}}$

c) $\frac{1}{\sqrt[3]{4}} = \frac{1}{4^{\frac{1}{3}}} = 4^{-\frac{1}{3}}$

d) $\sqrt[4]{k^3} = k^{\frac{3}{4}}$

e) $\sqrt[3]{k^3 + 1} = (k^3 + 1)^{\frac{1}{3}}$

f) $\sqrt[4]{k^2} \cdot \sqrt[3]{k} = k^{\frac{2}{4}} \cdot k^{\frac{1}{3}} = k^{\frac{5}{6}}$

Lösung A4

a) $\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^5 = \frac{x^5}{2} = \sqrt{x^5}$

b) $a^{\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{3}{2}} = (ab)^{\frac{3}{2}} = \sqrt{(ab)^3}$

c) $a^{\frac{1}{2}} : a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{a}$

d) $\sqrt[3]{a^4} \cdot \sqrt[4]{a^3} = a^{\frac{4}{3}} \cdot a^{\frac{3}{4}} = a^{\frac{25}{12}} = \sqrt[12]{a^{25}} = a^2 \sqrt[12]{a}$

e) $a^2\sqrt{a} + 4a\sqrt{a^3} + a^{2,5} = a^2\sqrt{a} + 4a^2\sqrt{a} + \sqrt{a^5} = 6a^2\sqrt{a}$

f) $\frac{\sqrt[4]{ab^2}}{b} = \sqrt[4]{\frac{ab^2}{b^4}} = \sqrt[4]{\frac{a}{b^2}}$

g) $\frac{1}{\sqrt{a^3}} + a^{-15} = \frac{1}{\sqrt{a^3}} + \frac{1}{a^{15}} = \frac{a^{15} + \sqrt{a^3}}{a^{16}\sqrt{a}} = \frac{(a^{15} + \sqrt{a^3})\sqrt{a}}{a^{17}}$

h) $\left(\sqrt{a} - \sqrt{a^3}\right) \cdot \sqrt{a} = a - a^2 = a(1 - a)$

i) $\sqrt[3]{k^2} \cdot \sqrt[3]{2k} = \sqrt[3]{2k^3} = k\sqrt[3]{2}$

Lösung A5

a)	$(x^2+2x+1)^{0,5}=\sqrt{(x+1)^2}=x+1$
b)	$(9k^2+36)^{0,5}=\sqrt{9(k^2+4)}=3\sqrt{k^2+4}$
c)	$3^{-\frac{1}{3}}\cdot\sqrt[3]{(-3)^4}\cdot\frac{1}{9}=\frac{1}{\sqrt[3]{3}}\cdot\sqrt[3]{3^4}\cdot\frac{1}{9}=\frac{1}{9}\sqrt[3]{3^3}=\frac{1}{9}\cdot 3=\frac{1}{3}$
d)	$4\cdot 2^{0,25}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot 4=2^2\cdot 2^{0,25}\cdot 2^2\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{2^{4,25}}{2^{\frac{1}{2}}}=2^{3,75}=2^{\frac{15}{4}}=8\sqrt[4]{8}$
e)	$6\sqrt{a^3}+\sqrt{2a}=6a\sqrt{a}+\sqrt{2a}=\sqrt{a}(6a+\sqrt{2})$
f)	$(9k^4+12k^2+4)^{0,5}=\sqrt{(3k^2+2)^2}=3k^2+2$

Lösung A6

$\sqrt[4]{x^n}=x^{0,25n}$ falls $x\geq 0\wedge n\in\mathbb{N}\ \vee\ x\in\mathbb{R}\wedge n=2m,\ m\in\mathbb{N}$.

Lösung A7

$x^{-0,5}=\frac{1}{\sqrt{x}}$ ist definiert für $x>0$, alle Aussagen sind falsch.

$x^{\frac{2}{5}}=\sqrt[5]{x^2}$: richtig sind a) und b), da stets $x^2\geq 0$

$x^{-1,5}=\frac{\sqrt{x}}{x^2}=\frac{1}{\sqrt{x^3}}$ ist definiert für $x>0$, richtig ist c)