

Aufgabe A1

Vereinfache.

- | | | | |
|----|---|---|--|
| a) | $\sqrt[3]{24}$ | = | |
| b) | $\sqrt[4]{32}$ | = | |
| c) | $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{25}$ | = | |
| d) | $\sqrt[3]{k^2} \cdot \sqrt[3]{k^2} \cdot \sqrt[3]{k^5}$ | = | |
| e) | $\sqrt[4]{25^3} \cdot \sqrt[4]{5^2}$ | = | |
| f) | $\sqrt[4]{6^8}$ | = | |



Aufgabe A2

Mache den Nenner rational.

- | | | | |
|----|-----------------------------------|---|--|
| a) | $\frac{\sqrt[4]{4}}{\sqrt[3]{2}}$ | = | |
| b) | $k: \sqrt[3]{k}$ | = | |
| c) | $\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$ | = | |

Aufgabe A3

Schreibe als Potenz.

- | | | | |
|----|-----------------------------------|---|--|
| a) | $(\sqrt{5})^3$ | = | |
| b) | $\sqrt[3]{k}$ | = | |
| c) | $\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$ | = | |
| d) | $\sqrt[4]{k^3}$ | = | |
| e) | $\sqrt[3]{k^3 + 1}$ | = | |
| f) | $\sqrt[4]{k^2} \cdot \sqrt[3]{k}$ | = | |

Aufgabe A4

Vereinfache und schreibe das Ergebnis als Wurzel.

- | | | | |
|----|--|---|--|
| a) | $(x^{\frac{1}{2}})^5$ | = | |
| b) | $a^{\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{3}{2}}$ | = | |
| c) | $a^{\frac{1}{2}}: a^{\frac{1}{3}}$ | = | |
| d) | $\sqrt[3]{a^4} \cdot \sqrt[4]{a^3}$ | = | |
| e) | $a^2\sqrt{a} + 4a\sqrt{a^3} + a^{2,5}$ | = | |
| f) | $\frac{\sqrt[4]{ab^2}}{b}$ | = | |
| g) | $\frac{1}{\sqrt{a^3}} + a^{-15}$ | = | |
| h) | $(\sqrt{a} - \sqrt{a^3}) \cdot \sqrt{a}$ | = | |
| i) | $\sqrt[3]{k^2} \cdot \sqrt[3]{2k}$ | = | |

Aufgabe A5

Vereinfache.

- | | | | |
|----|---|---|--|
| a) | $(x^2 + 2x + 1)^{0,5}$ | = | |
| b) | $(9k^2 + 36)^{0,5}$ | = | |
| c) | $3^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{(-3)^4} \cdot \frac{1}{9}$ | = | |
| d) | $4 \cdot 2^{0,25} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 4$ | = | |
| e) | $6\sqrt{a^3} + \sqrt{2a}$ | = | |
| f) | $(9k^4 + 12k^2 + 4)^{0,5}$ | = | |

Aufgabe A6

Unter welchen Bedingungen für x und n gilt:

$$\sqrt[4]{x^n} = x^{0,25n}?$$

Aufgabe A7

Welche der folgenden Aussagen sind wahr oder falsch? Begründe.

$x^{-0,5}$ ist		
a) für alle $x \geq 0$ definiert	b) für alle $x \in \mathbb{N}$ definiert	c) gleich $\frac{1}{x^2}$
$x^{\frac{2}{5}}$ ist		
a) für alle $x \in \mathbb{R}$ definiert	b) die 5. Wurzel von x^2	c) die Quadratwurzel von x^2
$x^{-1,5}$ ist		
a) für alle $x \in \mathbb{Q}$ definiert	b) gleich $\frac{x^2}{\sqrt{x}}$	c) gleich $\frac{\sqrt{x}}{x^2}$

Lösung A1

- a) $\sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{8 \cdot 3} = 2\sqrt[3]{3}$
 b) $\sqrt[4]{32} = \sqrt[4]{8 \cdot 4} = 2\sqrt[4]{4}$
 c) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{125} = 5$
 d) $\sqrt[3]{k^2} \cdot \sqrt[3]{k^2} \cdot \sqrt[3]{k^5} = \sqrt[3]{k^9} = 3^3$
 e) $\sqrt[4]{25^3} \cdot \sqrt[4]{5^2} = \sqrt[4]{25^4} = 25$
 f) $\sqrt[4]{6^8} = 6^2 = 36$

Lösung A2

- a) $\frac{\sqrt[4]{4}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[3]{4}}{2}$
 b) $k: \sqrt[3]{k} = \frac{k}{\sqrt[3]{k}} = \frac{k \cdot \sqrt[3]{k} \cdot \sqrt[3]{k}}{\sqrt[3]{k} \cdot \sqrt[3]{k} \cdot \sqrt[3]{k}} = \sqrt[3]{k^2}$
 c) $\frac{1}{\sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{16}}{4}$

Lösung A3

- a) $(\sqrt{5})^3 = 5^{\frac{3}{2}}$
 b) $\sqrt[3]{k} = k^{\frac{1}{3}}$
 c) $\frac{1}{\sqrt[3]{4}} = \frac{1}{4^{\frac{1}{3}}} = 4^{-\frac{1}{3}}$
 d) $\sqrt[4]{k^3} = k^{\frac{3}{4}}$
 e) $\sqrt[3]{k^3 + 1} = (k^3 + 1)^{\frac{1}{3}}$
 f) $\sqrt[4]{k^2} \cdot \sqrt[3]{k} = k^{\frac{2}{4}} \cdot k^{\frac{1}{3}} = k^{\frac{5}{6}}$

Lösung A4

- a) $(x^{\frac{1}{2}})^5 = \frac{x^5}{2} = \sqrt{x^5}$
 b) $a^{\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{3}{2}} = (ab)^{\frac{3}{2}} = \sqrt{(ab)^3}$
 c) $a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = a^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{a^5}$
 d) $\sqrt[3]{a^4} \cdot \sqrt[4]{a^3} = a^{\frac{4}{3}} \cdot a^{\frac{3}{4}} = a^{\frac{25}{12}} = \sqrt[12]{a^{25}} = a^{2\frac{1}{12}} \sqrt{a}$
 e) $a^2 \sqrt{a} + 4a \sqrt{a^3} + a^{2,5} = a^2 \sqrt{a} + 4a^2 \sqrt{a} + \sqrt{a^5} = 6a^2 \sqrt{a}$
 f) $\frac{\sqrt[4]{ab^2}}{b} = \sqrt[4]{\frac{ab^2}{b^4}} = \sqrt[4]{\frac{a}{b^2}}$
 g) $\frac{1}{\sqrt{a^3}} + a^{-15} = \frac{1}{\sqrt{a^3}} + \frac{1}{a^{15}} = \frac{a^{15} + \sqrt{a^3}}{a^{16} \sqrt{a}} = \frac{(a^{15} + \sqrt{a^3}) \sqrt{a}}{a^{17}}$
 h) $(\sqrt{a} - \sqrt{a^3}) \cdot \sqrt{a} = a - a^2 = a(1 - a)$
 i) $\sqrt[3]{k^2} \cdot \sqrt[3]{2k} = \sqrt[3]{2k^3} = k\sqrt[3]{2}$

Lösung A5

- a) $(x^2 + 2x + 1)^{0,5} = \sqrt{(x + 1)^2} = x + 1$
- b) $(9k^2 + 36)^{0,5} = \sqrt{9(k^2 + 4)} = 3\sqrt{k^2 + 4}$
- c) $3^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{(-3)^4} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \cdot \sqrt[3]{3^4} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{9} \sqrt[3]{3^3} = \frac{1}{9} \cdot 3 = \frac{1}{3}$
- d) $4 \cdot 2^{0,25} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 4 = 2^2 \cdot 2^{0,25} \cdot 2^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2^{4,25}}{2^{\frac{1}{2}}} = 2^{3,75} = 2^{\frac{15}{4}} = 8\sqrt[4]{8}$
- e) $6\sqrt{a^3} + \sqrt{2a} = 6a\sqrt{a} + \sqrt{2a} = \sqrt{a}(6a + \sqrt{2})$
- f) $(9k^4 + 12k^2 + 4)^{0,5} = \sqrt{(3k^2 + 2)^2} = 3k^2 + 2$

Lösung A6

$\sqrt[4]{x^n} = x^{0,25n}$ falls $x \geq 0 \wedge n \in \mathbb{N} \vee x \in \mathbb{R} \wedge n = 2m, m \in \mathbb{N}$.

Lösung A7

$x^{-0,5} = \frac{1}{\sqrt{x}}$ ist definiert für $x > 0$, alle Aussagen sind falsch.

$x^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{x^2}$: richtig sind a) und b), da stets $x^2 \geq 0$

$x^{-1,5} = \frac{\sqrt{x}}{x^2} = \frac{1}{\sqrt{x^3}}$ ist definiert für $x > 0$, richtig ist c)