Abitur allg. bildendes Gymnasium Wahlteil Analysis 2019 BW

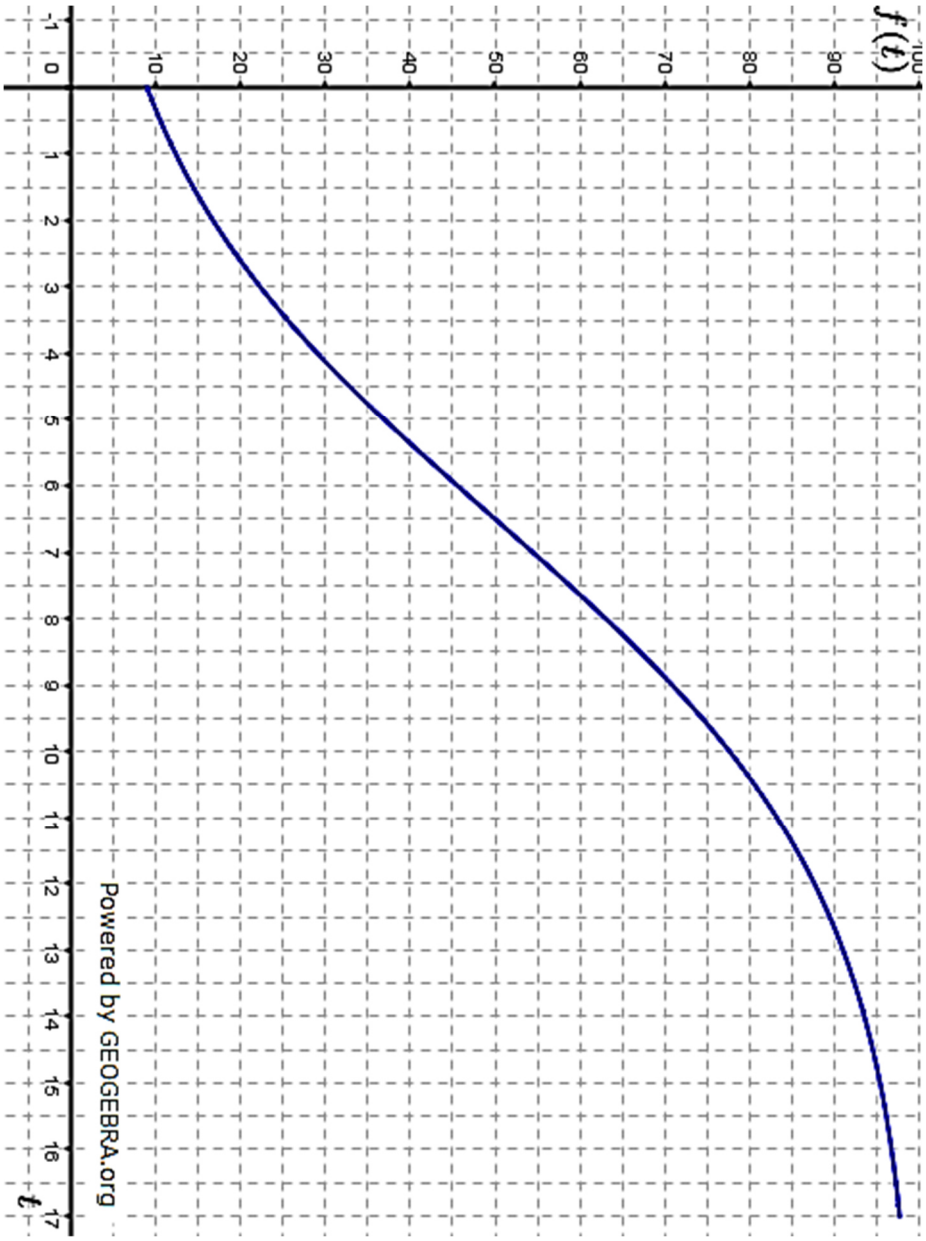
Aufgabe A1.1

Die Abbildung in der Anlage zeigt den Graphen einer Funktion f, die für $0 \leq t \leq 17$ die Höhe einer Pflanze in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt. Dabei ist t die seit Beobachtungsbeginn vergangene Zeit in Wochen und $f(t)$ die Höhe in Zentimetern.

a) Geben Sie den Zeitraum an, in dem die Höhe der Pflanze von $20\ cm$ auf $40\ cm$ zunimmt.
Bestimmen Sie die momentane Änderungsrate der Pflanzenhöhe $3{,}5$ Wochen nach Beobachtungsbeginn.
Die Funktion f hat bei $t = 6{,}5$ eine Wendestelle. Beschreiben Sie die Bedeutung dieser Wendestelle im Sachzusammenhang.

b) Formulieren Sie zu der Gleichung $f(t+2) - f(t) = 5$ eine Fragestellung im Sachzusammenhang. Geben Sie eine Lösung der Gleichung an.

Abbildung zur Aufgabe A1.1

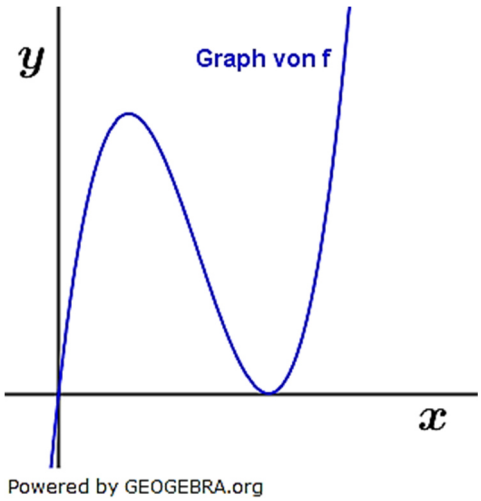


© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Abitur allg. bildendes Gymnasium Wahlteil Analysis 2019 BW

Aufgabe A1.2

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x$.
Die Abbildung zeigt ihren Graphen.



a) Weisen Sei nach, dass der Punkt $T(6|0)$ Tiefpunkt des Graphen ist.
Betrachtet wird die Strecke OH zwischen $O(0|0)$ und dem Hochpunkt $H(2|8)$ des Graphen von f. Diese Strecke und der Graph von f begrenzen eine Fläche. Berechnen Sie deren Inhalt.

b) Die Funktion g ist gegeben durch $g(x) = -3 \cdot f(x) - 6$.
Beschreiben Sie, wie der Graph von g aus dem Graphen von f entsteht. Bestimmen Sie damit die Koordinaten des Tiefpunktes des Graphen von g.

c) Ein Kreis, dessen Mittelpunkt auf der Geraden mit der Gleichung $x = 1$ liegt, berührt den Graphen von f im Punkt $P(4|4)$. Berechnen Sie die Koordinaten von M.

d) Für jedes k mit $k \neq 0$ ist eine Funktion f_k gegeben durch

$$f_k(x) = \frac{1}{2k}x^3 - 3x^2 + \frac{9}{2}kx.$$

Berechnen Sie die Werte von k, für die die Tangente an den Graphen von f_k im Punkt $P(1|f_k(1))$ parallel zur Geraden mit der Gleichung $y = 8x + 3$ ist.

Aufgabe A2.1

In einem Labor wird erforscht, wie sich Bakterien unter verschiedenen Bedingungen entwickeln. Betrachtet wird jeweils der Flächeninhalt der von den Bakterien eingenommenen Fläche.

Versuchsreihe 1

Bei ungehinderter Vermehrung wird der Flächeninhalt während der ersten zwölf Stunden beschrieben durch die Funktion f mit

$f(t) = 20 \cdot e^{0,1t}$ (t in Stunden nach Beobachtungsbeginn, $f(t)$ in mm^2).

a) Bestimmen Sie den Flächeninhalt drei Stunden nach Beobachtungsbeginn.
Berechnen Sie den Zeitpunkt, zu dem sich der Flächeninhalt im Vergleich zum Beobachtungsbeginn verdreifacht hat.
Berechnen Sie die momentane Änderungsrate des Flächeninhalts zwei Stunden nach Beobachtungsbeginn.

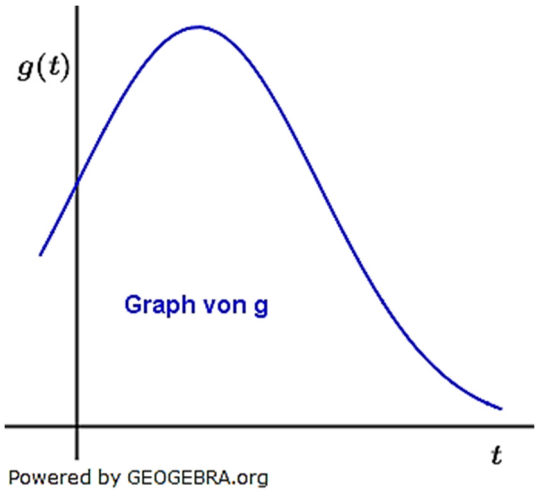
b) Berechnen Sie $\frac{1}{4}\int_5^9 f(t)\,dt$
Interpretieren Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang.

Versuchsreihe 2

Wenn man einer Bakterienkultur ein Antibiotikum hinzugibt, dann wird der Flächeninhalt durch die Funktion g beschrieben mit

$g(t) = 20 \cdot e^{0,1t - 0,005t^2}$
(t in Stunden nach Beobachtungsbeginn, $g(t)$ in mm^2)

Die Abbildung zeigt den Graphen von g.



c) Der Flächeninhalt nimmt zu einem bestimmten Zeitpunkt seinen größten Wert an. Berechnen Sie diesen Wert.
Berechnen Sie den Zeitpunkt, zu dem der Flächeninhalt wieder so groß ist wie zu Beobachtungsbeginn.

d) Betrachtet wird die Funktion h mit
$h(t) = g(t + 10)$. Für jede reelle Zahl t gilt: $h(-t) = h(t)$.
Erläutern Sie, welche geometrische Eigenschaft des Graphen von h damit begründet werden kann.

Aufgabe A2.2

Für jedes $t > 0$ ist eine Funktion f_t gegeben durch $f_t(x) = x^4 - 2tx^2 + 8t$. Der Graph der Funktion f_t ist G_t.

a) Bestimmen Sie t so, dass der Punkt $P(1|4)$ auf dem Graphen G_t liegt.

b) Jeder Graph G_t hat an der Stelle $x = \sqrt{t}$ einen Tiefpunkt.
Berechnen Sie denjenigen Wert von t, für den dieser Tiefpunkt möglichst hoch liegt.

c) Zeigen Sie, dass es genau zwei Punkte gibt, durch die sämtliche Graphen G_t verlaufen.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de