Abitur-Musteraufgaben Wahlteil Analysis Satz 05

Aufgabe M05A1

Ein quaderförmiger Wassertank hat eine Grundfläche von $2\,m^2$ und ist zunächst leer.
Der Graph in der unteren Abbildung 1 gibt die momentane Zuflussrate des Wassers in Kubikmeter pro Stunde über einen Zeitraum von sechs Stunden wieder.
Bestimmen Sie die maximale momentane Zuflussrate des Wassers.
Ermitteln Sie mithilfe des Graphen die Wassermenge im Tank nach $1{,}5$ Stunden.
Geben Sie die maximale Wassermenge sowie die Wassermenge nach 6 Stunden an.
Wie hoch steht das Wasser im Tank zum Zeitpunkt des stärksten Zuflusses?
Skizzieren Sie unter Verwendung dieser Ergebnisse den Graphen, der die Höhe des Wasserspiegels in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt in die untere Abbildung 2.

Abbildung 1

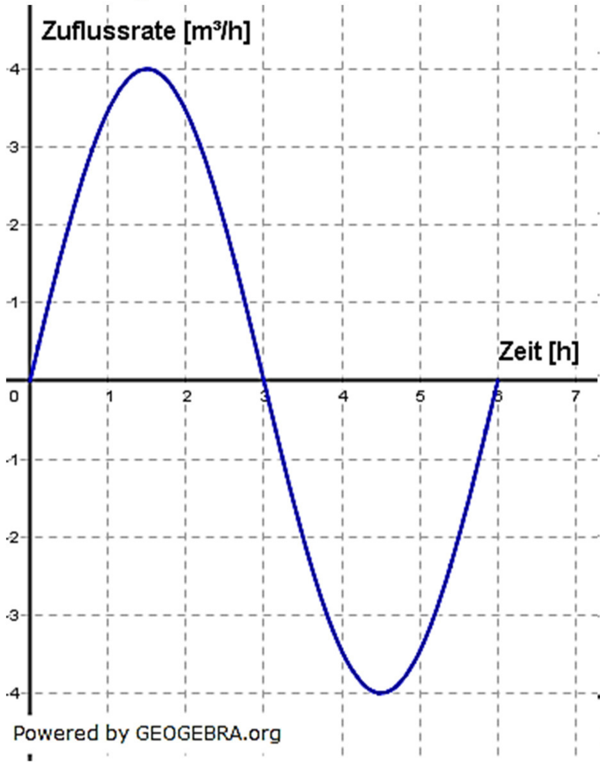
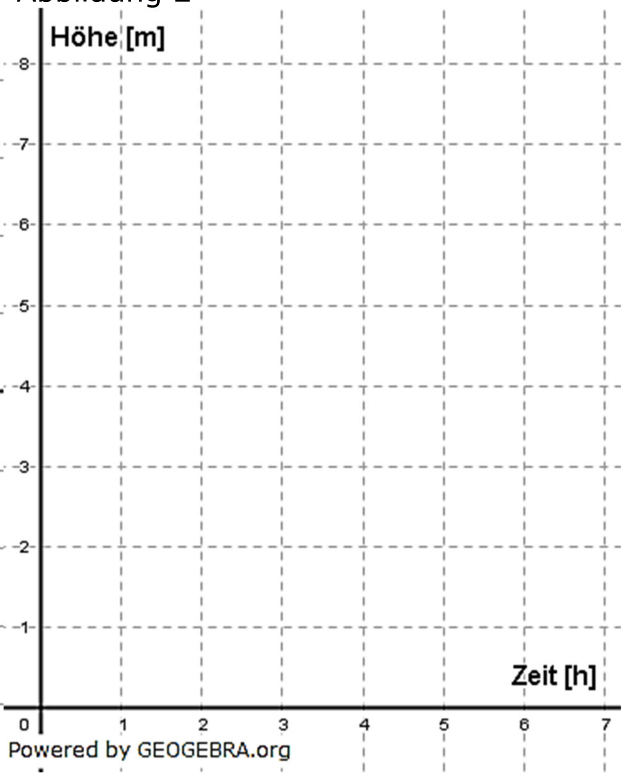
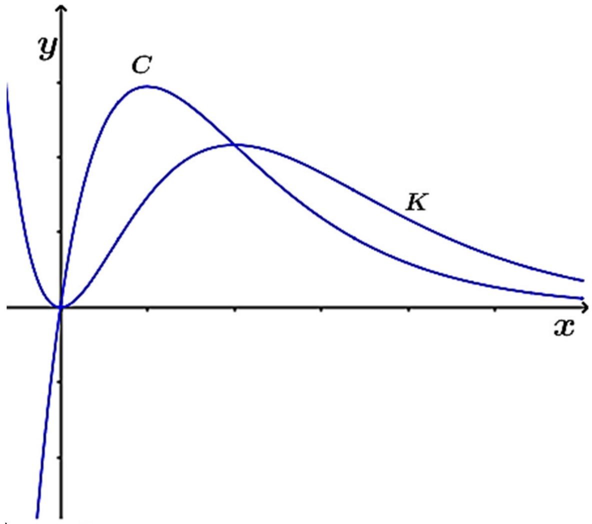


Abbildung 2



Aufgabe M04A2

Gegeben sind die beiden Funktionen f und g durch $f(x) = 8x \cdot e^{-x}$ und $g(x) = 4x^2 \cdot e^{-x}$. Deren Graphen sind in der nebenstehenden Skizze dargestellt.



a) Begründen Sie, dass C der Graph von f und K der Graph von g ist. Berechnen Sie die Schnittpunkte von C und K.

b) Die Gerade $x = 1$ schneidet K in P und C in Q. P, Q und der Ursprung sind die Eckpunkte eines Dreiecks. Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks.

c) Bestimmen Sie die Koordinaten des Hoc
Geben Sie ohne weitere Rechnung an, für welche Werte von a die Gleichung $g(x) = a$ keine, eine bzw. mehrere Lösungen hat.

d) Es gibt Stammfunktionen F von f und G von g , sodass $F(x) - G(x) = g(x)$ gilt. Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die von C und K eingeschlossen wird.