Abitur-Musteraufgaben Wahlteil Analysis Satz 08

Aufgabe M08A2.1

Ein Klimaforscher beschreibt die Entwicklung der globalen Durchschnittstemperatur modellhaft durch die Funktion f mit

$$f(t) = 2{,}8e^{0{,}008t} - 0{,}03t + 11{,}1;\ \ 0 \leq t \leq 200.$$

Dabei gibt t die Zeit in Jahren seit Beginn des Jahres 1900 und $f(t)$ die globale Durchschnittstemperatur in Grad Celsius an.
Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben anhand dieses Modells.

a) Geben Sie die globale Durchschnittstemperatur zu Beginn des Jahres 1900 an.
Geben Sie die niedrigste globale Durchschnittstemperatur seit 1900 an.
In welchem Jahr wird die globale Durchschnittstemperatur $16\,°C$ überschreiten?
Ermitteln Sie die momentane Änderungsrate der globalen Durchschnittstemperatur zu Beginn des Jahres 2000.
Bestimmen Sie den Mittelwert der globalen Durchschnittstemperatur im durch die Modellierung beschriebenen Zeitraum.

b) Formulieren Sie eine Fragestellung im Sachzusammenhang, die auf die Gleichung $f(t+10) - f(t) = 0{,}5$ führt.
Nachdem die globale Durchschnittstemperatur ihren niedrigsten Wert erreicht hat, steigt sie immer weiter an.
Zeigen Sie, dass dieser Anstieg immer schneller verläuft.

c) Es werden Klimaschutzmaßnahmen geplant. Greifen diese zum Zeitpunkt t_0, so bleibt die momentane Änderungsrate der globalen Durchschnittstemperatur konstant bei dem Wert, der durch das Modell des Klimaforschers für t_0 vorausgesagt wird.
Bestimmen Sie den späteren Zeitpunkt t_0 , zu dem die Maßnahmen greifen müssen, damit die globale Durchschnittstemperatur $15{,}7\,°C$ bis zum Beginn des Jahres 2050 nicht überschritten wird.

d) Infolge alternativer Klimaschutzmaßnahmen kann der Verlauf der globalen Durchschnittstemperatur ab Beginn des Jahres 2020 durch beschränktes Wachstum modelliert werden. Der Graph der zugehörigen Funktion g schließt sich dabei ohne Knick an den Graphen der Funktion f an. Außerdem stellt sich nach diesem neuen Modell langfristig eine globale Durchschnittstemperatur von $16{,}8\,°C$ ein.
Bestimmen Sie einen Funktionsterm von g.

Aufgabe M08A2.2

Für jedes $a > 0$ ist eine Funktion f_a mit $f_a(x) = -ax^4 + 4ax^2$ gegeben.

a) Begründen Sie, dass der Graph von f_a achsensymmetrisch zur y-Achse ist.
Zeigen Sie, dass die Nullstellen der Funktion f_a unabhängig von a sind.

b) Sowohl der Graph der Funktion g mit $g(x) = \frac{32}{15}\pi \cdot sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ als auch der Graph von f_a schließen für $0 \leq x \leq 2$ eine Fläche mit der x-Achse ein.
Bestimmen Sie a so, dass beide Flächen den gleichen Inhalt haben.