



Aufgabe M10A1

- a) Im Gezeitenkalender für Cuxhaven-Steubenhöft findet man für einen bestimmten Zeitpunkt (Zeitpunkt: $t = 0$) die Angabe $3,40\text{ m Hochwasser}$ und $6\text{ h }18\text{ min} = 6,3\text{ h}$ später die Angabe $0,70\text{ m Niedrigwasser}$. Bestimmen Sie eine geeignete Sinusfunktion, mit deren Hilfe man den Vorgang modellieren kann.



- b) Der Zeitpunkt des nächsten Hochwassers ist mit $12\text{ h }6\text{ min} = 12,1\text{ h}$ angegeben. Welche Sinusfunktion ergibt sich, wenn man nur die beiden Informationen bzgl. des Hochwassers und den Wasserstand des Niedrigwassers berücksichtigt?
- c) Betrachten Sie den Graphen der Sinusfunktion mit $y = \sin(x)$. In den „ersten Bogen“ des Graphen werde ein Rechteck maximaler Größe eingezeichnet; dabei liegen zwei Eckpunkte des Rechtecks auf der x -Achse und die anderen beiden auf dem Graphen der Sinusfunktion.
- c1) Begründen Sie, warum der Flächeninhalt eines solchen Rechtecks beschrieben werden kann durch

$$A(x) = (\pi - 2x) \cdot \sin(x) \text{ für } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}.$$
- c2) Skizzieren Sie den Graphen von $A(x)$ und bestätigen Sie mithilfe der 1. Ableitung von $A(x)$ dass für $x = 0,71$ der Flächeninhalt des Rechtecks maximal ist.
- c3) Berechnen Sie den Anteil der Fläche des maximalen Rechtecks an der Fläche des ersten Bogens in Prozent.
- c4) Betrachten Sie jetzt allgemein eine Funktionsschar von Sinusfunktionen mit $y = \sin(k \cdot x)$; $k \in \mathbb{N}$. Auch hier soll analog zu oben ein Rechteck in den "ersten Bogen" des betreffenden Sinusgraphen eingezeichnet werden. Geben Sie den Term an, mit dem der Flächeninhalt dieses Rechtecks berechnet werden kann. Begründen Sie, dass auch für jedes beliebige k der Anteil des Flächeninhalts des maximalen Rechtecks am Flächeninhalt des Bogens genauso groß ist wie in Teilaufgabe c3).