Abituraufgaben Analytische Geometrie Wahlteil 2019 BW
Dokument mit 6 Aufgaben

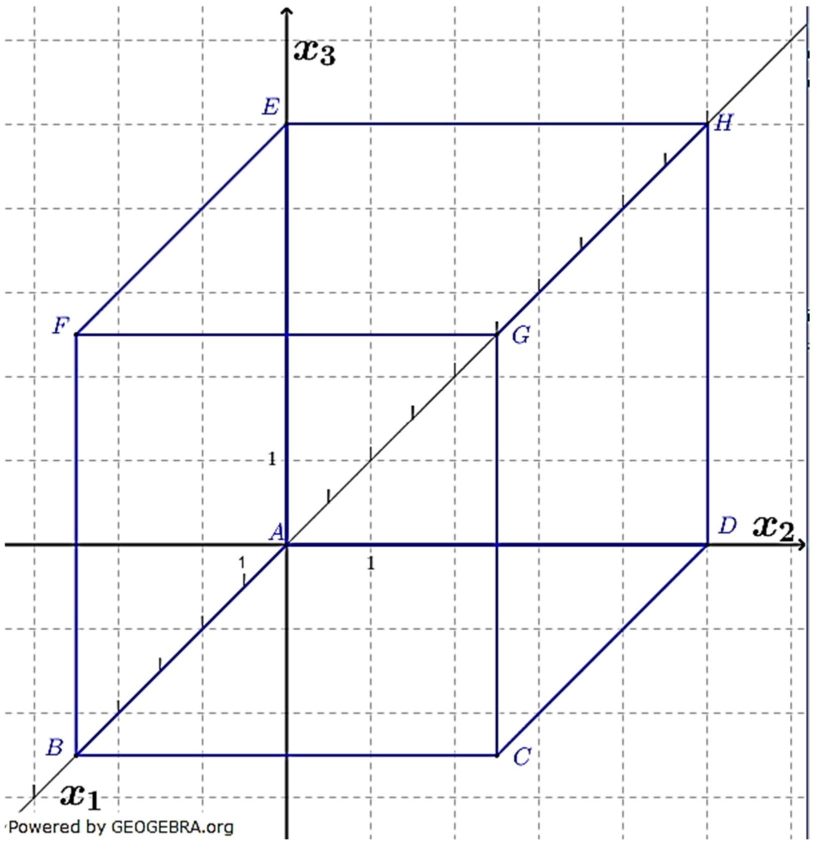
## Aufgabe B1

Die Abbildung in der Anlage zeigt den Würfel $ABCDEFGH$ mit $A(0|0|0)$ und $G(5|5|5)$ in einem kartesischen Koordinatensystem.
Die Ebene $T$ schneidet die Kanten des Würfels unter anderem in den Punkten $K(5|0|1)$, $L(2|5|0)$, $M(0|5|2)$ und $N(1|0|5)$.

a) Zeichnen Sie das Viereck $KLMN$ in die Abbildung ein.
Zeigen Sie, dass das Viereck $KLMN$ ein Trapez ist und zwei gleich lange Seiten hat.
Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene $T$ in Koordinatenform.
Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunkts von $T$ mit der $x_1$-Achse an.
(Teilergebnis: $T\colon\ 5x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 30$)

b) Die Spitze einer Pyramide mit der Grundfläche $KLMN$ liegt auf der Strecke $FG$.
Untersuchen Sie, ob die Höhe dieser Pyramide $\frac{18}{\sqrt{66}}$ betragen kann.

c) Betrachtet wird die Schar der Geraden
$g_a\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 2{,}5 \\ 0 \\ 3{,}5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -10a \\ \frac{2}{a} \end{pmatrix}$ mit $a > 0$
Begründen Sie, dass keine Gerade der Schar in der Ebene mit der Gleichung $x_3 = 3{,}5$ liegt.
Gegeben ist die Ebene $U\colon -5x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 5$.
Untersuchen Sie, ob die Schnittgerade von $T$ und $U$ zur betrachteten Schar gehört.



## Aufgabe B2

Die Punkte $A(6|6|0)$, $B(2|8|0)$ und $O(0|0|0)$ sind Eckpunkte einer dreiseitigen Pyramide mit der Spitze $S(4|6|10)$. Die Ebene $E$ enthält die Punkte $A$, $B$ und $C(2|3|5)$.

a) Stellen Sie die Pyramide in einem geeigneten Koordinatensystem dar.
Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene $E$.
(Teilergebnis: $E\colon\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 18$)

b) Zeigen Sie, dass das Dreieck $ABC$ gleichschenklig ist.
Berechnen Sie das Volumen der Pyramide, die das Dreieck $ABC$ als Grundfläche und den Punkt $S$ als Spitze hat.

c) In einem Koordinatensystem, bei dem die $x_1x_2$-Ebene den Erdboden beschreibt, stellt die Pyramide $ABOS$ ein Kunstwerk dar (Koordinatenangaben in $m$).
An der Stelle, die durch den Punkt $F(8|3|0)$ beschrieben wird, steht ein Mast senkrecht auf dem Erdboden. Auf den Mast treffendes Sonnenlicht lässt sich durch parallele Geraden mit dem Richtungsvektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -9 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ beschreiben.
Der Schattenpunkt der Mastspitze liegt auf der Kante des Kunstwerks, die durch die Strecke $OS$ beschrieben wird.
Beschreiben Sie ein Verfahren, mit dem man die Höhe des Masts rechnerisch bestimmen kann.