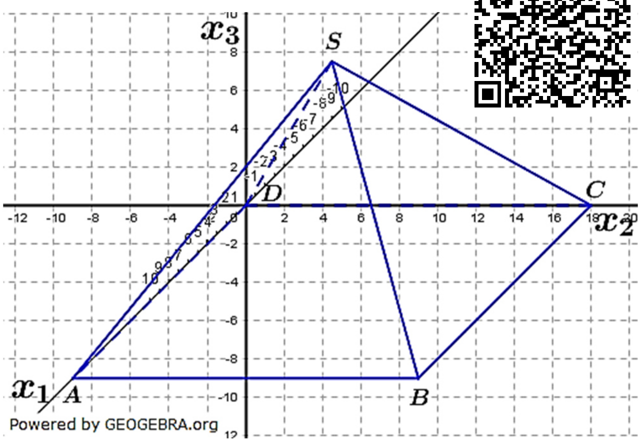
Aufgabe B1

Ein Ausstellungsraum hat die Form einer geraden Pyramide mit quadratischer Grundfläche. Die Eckpunkte des Bodens können in einem kartesischen Koordinatensystem modellhaft durch die Punkte $A(18|0|0)$, $B(18|18|0)$, $C(0|18|0)$ und $D(0|0|0)$ dargestellt werden (siehe Abbildung).
Die Spitze des Raumes wird durch den Punkt $S(9|9|12)$ beschrieben, die rechte Seitenwand durch das gleichschenklige Dreieck BCS (alle Koordinatenangaben in Metern).



a) Berechnen Sie die Größe des Winkels zwischen den beiden Kanten, die durch die Strecken $\overline{BC}$ und $\overline{BS}$ beschrieben werden.
Ermitteln Sie eine Koordinatengleichung der Ebene E, in der das Dreieck BCS liegt.
Bestimmen Sie den Flächeninhalt der rechten Seitenwand.
(Teilergebnis: $E\colon\ 4x_2 + 3x_3 = 72$)

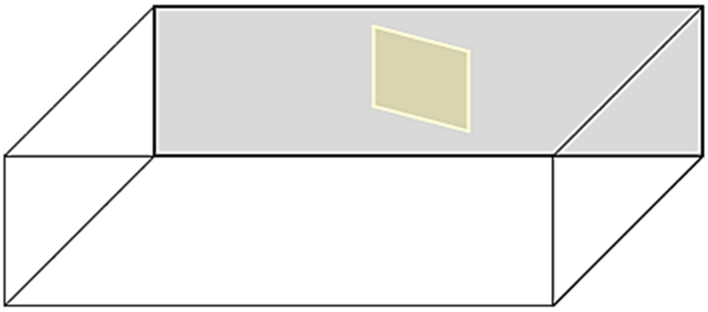
Eine punktförmige Lampe befindet sich am unteren Ende einer fünf Meter langen Stange, die von der Raumspitze ausgeht und senkrecht nach unten hängt.

b) Die Stange mit der Lampe kann in eine Pendelbewegung versetzt werden. Diese Pendelbewegung verläuft im Modell in einer Ebene parallel zur x_2x_3-Ebene.
Wenn die Lampe zu stark schwingt, dann trifft sie die rechte Seitenwand. Der Auftreffpunkt wird im Modell durch den Punkt P beschrieben.
Berechnen Sie die Koordinaten von P.

c) Im Rahmen einer Kunstausstellung wurde ein drei Meter langer Stab senkrecht zum Boden angebracht, der im Modell durch die Strecke $\overline{FG}$ mit $F(11|15|0)$ beschrieben wird.
Befindet sich die Lampe in der Position, die durch $L(9|9|7)$ beschrieben wird, so wirft der Stab einen Schatten, dessen Endpunkt auf der rechten Seitenwand durch G^* beschrieben wird.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes G^*.
Beschreiben Sie ein Verfahren, mit dem man die Gesamtlänge des betrachteten Schattens berechnen kann.

Aufgabe B2

In einem Klassenzimmer befindet sich eine rechteckige Projektionsfläche. Ihre Eckpunkte werden in einem Koordinatensystem durch die Punkte $A(0|4{,}4|1)$, $B(1|6{,}8|1)$, $C(1|6{,}8|2{,}6)$ und $D(0|4{,}4|2{,}6)$ dargestellt (alle Koordinatenangaben in Meter). Die Klassenzimmerwand hinter der Projektionsfläche liegt in einer Ebene, die durch die x_2x_3-Ebene beschrieben wird.



a) Berechnen Sie die Länge der Diagonalen der Projektionsfläche.
Die Punkte A, B, C und D liegen in einer Ebene E. Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung von E.
Berechnen Sie die Weite des Winkels, den die Projektionsfläche und die dahinter liegende Wand des Klassenzimmers einschließen.
(Teilergebnis: $E\colon\ 12x_1 - 5x_2 = -22$)

b) Ein Schüler zielt mit einem Laserpointer auf die Projektionsfläche. Die Lichtquelle wird im Modell durch den Punkt $L(4|2|1)$ dargestellt, der Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ beschreibt die Richtung des Laserstrahls.
Überprüfen Sie, ob der Laserstrahl die Projektionsfläche trifft.

Die Projektionsfläche ist so befestigt, dass sie sich um eine vertikale Achse drehen lässt. Im Modell lassen sich mögliche Lagen der Projektionsfläche durch Ebenen der Schar $E_a\colon\ 12x_1 + 5ax_2 = 28a + 6;\ \ a \in \mathbb{R}$ beschreiben.

c) Weisen Sie nach, dass der Mittelpunkt der Strecke $\overline{CD}$ in jeder Ebene der Schar liegt.
Die Drehachse wird im Modell durch eine Strecke beschrieben. Geben Sie eine Gleichung der Geraden an, die diese Strecke enthält.

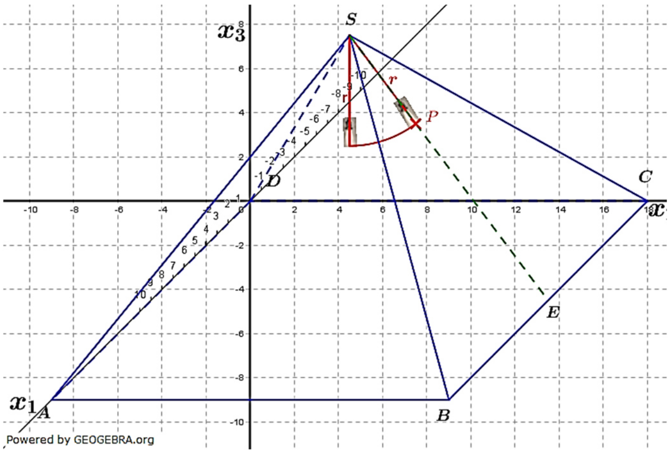
d) Begründen Sie, dass die Ebene E_1 eine Lage beschreibt, in der die Projektionsfläche an der dahinterliegenden Wand anstößt.

Lösung B1

Lösungslogik

a) *Winkel zwischen den beiden Kanten, der durch die Strecken $\overline{BC}$ und $\overline{BS}$ gebildet wird:*
Dies ist der Winkel zwischen zwei Vektoren, Berechnung über den $cos\,(\varphi)$.
Koordinatengleichung von E in der das Dreieck BCS liegt:
Wir bilden den Normalenvektor über das Kreuzprodukt der Vektoren $\overrightarrow{BC}$ und $\overrightarrow{BS}$. Über eine Punktprobe mit dem Punkt B ermitteln wir den Parameter d der Ebenengleichung.
Flächeninhalt der Seitenwand:
Berechnung über den halben Betrag des Kreuzproduktes aus $\overrightarrow{BC}$ und $\overrightarrow{BS}$.

b) *Auftreffpunkt eines Punktes P beim Pendeln einer Lampe:*
Die Grafik verdeutlicht die Situation. Die pendelnde Lampe bewegt sich auf einer Kreisbahn mit dem Radius der Länge der Aufhängung $(5\,m)$. Da die Pendelbewegung parallel zur x_2x_3-Ebene erfolgt, wird die Lampe die rechte Seitenwand auf der Höhe der Seitenwand treffen. Wir benötigen somit die Parametergleichung einer Geraden durch die Punkte S und E, wobei E der Mittelpunkt der Strecke $\overline{BC}$ ist.



Der Punkt P liegt dann auf dieser Geraden im Abstand r von S.

c) *Berechnung eines Schattenpunktes G^*:*
Ein Dreieck ist gleichschenklig wenn die Länge von zwei Seiten übereinstimmen und die dritte Seite nicht gleich lang ist.

Beschreibung für Ermittlung der Gesamtlänge des Schattens:
Siehe auch Grafik beim Klausuraufschrieb.

Abituraufgaben Analytische Geometrie Wahlteil 2020

Klausuraufschrieb

a) *Winkel zwischen den beiden Kanten, der durch die Strecken $\overline{BC}$ und $\overline{BS}$ gebildet wird:*

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} -18 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \ \overrightarrow{BS} = \overrightarrow{OS} - \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} -9 \\ -9 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$$cos\ (\varphi) = \frac{\overrightarrow{BC} \circ \overrightarrow{BS}}{|\overrightarrow{BC}| \cdot |\overrightarrow{BS}|} = \frac{\begin{pmatrix} -18 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -9 \\ -9 \\ 12 \end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix} -18 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right| \cdot \left|\begin{pmatrix} -9 \\ -9 \\ 12 \end{pmatrix}\right|} = \frac{162}{\sqrt{324} \cdot \sqrt{306}}$$

$$\varphi = arccos\left(\frac{162}{\sqrt{324} \cdot \sqrt{306}}\right) = 59{,}04\,°$$

Der Winkel zwischen den die Kante $\overline{BC}$ und $\overline{BS}$ beträgt $59\,°$.

Koordinatengleichung von E in der das Dreieck BCS liegt

$$k \cdot \overrightarrow{n_e} = \overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BS} = \begin{pmatrix} -18 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -9 \\ -9 \\ 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 216 \\ 162 \end{pmatrix} = 54 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{n_e} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$4x_2 + 3x_3 = d$$

$$4 \cdot 18 + 3 \cdot 0 = d = 72$$

$$4x_2 + 3x_3 = 72$$

Flächeninhalt der Seitenwand:

$$A_{BCS} = \frac{1}{2} \cdot \left|\begin{pmatrix} -18 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -9 \\ -9 \\ 12 \end{pmatrix}\right| = \frac{1}{2} \cdot \left|\begin{pmatrix} 0 \\ 216 \\ 162 \end{pmatrix}\right| = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{216^2 + 162^2} = 135$$

Der Flächeninhalt der Seitenwand beträgt $135\ m^2$.

b) *Auftreffpunkt eines Punktes P beim Pendeln einer Lampe:*

Mittelpunkt E der Strecke $\overline{BC}$:

$$\overrightarrow{OE} = \frac{1}{2} \cdot (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 18 \\ 36 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 18 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Geradengleichung g durch S und E:

$$g: \quad \vec{x} = \overrightarrow{OS} + r \cdot \overrightarrow{SE} = \begin{pmatrix} 9 \\ 9 \\ 12 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ -12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 9 \\ 12 \end{pmatrix} + r^* \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$|\overrightarrow{SE}| = \sqrt{9 + 16} = 5$$

Die Länge des Pendels entspricht der Länge des Richtungsvektors. Der Punkt P ist also genau $|\overrightarrow{SE}|$ vom Punkt S entfernt:

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OS} + \overrightarrow{SE} = \begin{pmatrix} 9 \\ 12 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Die Koordinaten des Auftreffpunktes sind $P(9\,|12|8)$.

c) *Berechnung eines Schattenpunktes G^*:*

Koordinaten von G:

$$\overrightarrow{OG} = \begin{pmatrix} 11 \\ 15 \\ 00 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 15 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Verlauf des Lichtstrahls g:

$$g: \quad \vec{x} = \overrightarrow{OL} + r \cdot \overrightarrow{LG} = \begin{pmatrix} 9 \\ 9 \\ 7 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 11-9 \\ 15-9 \\ 3-7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 9 \\ 7 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Punkt ist Schnittpunkt von g mit E (aus Teilaufgabe A):

$g \cap E$:

Aus g folgt:

$x_1 = 9 + 2r; \quad x_2 = 9 + 6r; \quad x_3 = 7 - 4r$

$x_1; x_{2;} x_3 \rightarrow \; E$

$4(9 + 6r) + 3(7 - 4r) = 72$

$36 + 24r + 21 - 12r = 72$

$12r = 15$

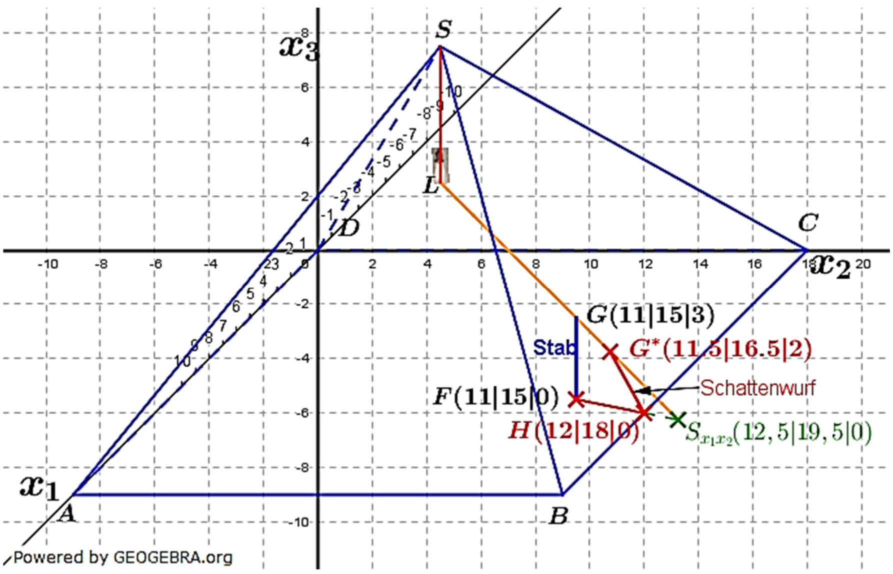
$r = \frac{5}{4}$

$$\overrightarrow{OG^*} = \begin{pmatrix} 9 \\ 9 \\ 7 \end{pmatrix} + \frac{5}{4} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11{,}5 \\ 16{,}5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Der Schattenpunkt hat die Koordinaten $Q^*(11{,}5|16{,}5|2)$.

Beschreibung für Ermittlung der Gesamtlänge des Schattens:

Die nachfolgende Grafik erläutert die Situation.



Bestimmung des Spurpunktes $S_{x_1x_2}$ der Gerade durch L und G mit der x_1x_2-Ebene. Gerade durch F und $S_{x_1x_2}$ schneidet die Gerade durch B und C in H.

Der Schatten verläuft nun von G^* über H nach F, ist somit $l = |\overrightarrow{G^*H}| + |\overrightarrow{HF}|$.

Abituraufgaben Analytische Geometrie Wahlteil 2020

Berechnung (nicht Aufgabenstellung) für den mathematisch Interessierten:

Spurpunkt von g mit der x_1x_2-Ebene:

Aus g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 9 \\ 9 \\ 7 \end{pmatrix} + r^* \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$ folgt:

$7 - 4r = 0$

$r = \frac{7}{4}$

$\overrightarrow{OS_{x_1x_2}} = \begin{pmatrix} 9 \\ 9 \\ 7 \end{pmatrix} + \frac{7}{4} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12{,}5 \\ 19{,}5 \\ 0 \end{pmatrix}$

Gerade h durch F und $S_{x_1x_2}$:

$h: \quad \vec{x} = \overrightarrow{OF} + s \cdot \overrightarrow{FS_{x_1x_2}} = \begin{pmatrix} 11 \\ 15 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1{,}5 \\ 4{,}5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 15 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

Gerade l durch die Punkte B und C:

$l: \quad \vec{x} = \overrightarrow{OB} + t \cdot \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 18 \\ 18 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Berechnung Schnittpunkt H zwischen h und l:

$h \cap l$

$s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} - t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 \\ 18 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 11 \\ 15 \\ 0 \end{pmatrix}$

$s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} - t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

$s - t = 7$

$3s = 3$

$s = 1$

$\overrightarrow{OH} = \begin{pmatrix} 11 \\ 15 \\ 0 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 18 \\ 0 \end{pmatrix}$

Berechnung $\left|\overrightarrow{G^*H}\right|$:

$\left|\overrightarrow{G^*H}\right| = \left|\begin{pmatrix} 12 - 11{,}5 \\ 18 - 16{,}5 \\ 0 - 2 \end{pmatrix}\right| = \left|\begin{pmatrix} 0{,}5 \\ 2{,}5 \\ -2 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{0{,}25 + 6{,}25 + 4} = \sqrt{10{,}5} \approx 3{,}24$

Berechnung $\left|\overrightarrow{G^*H}\right|$:

$\left|\overrightarrow{FH}\right| = \left|\begin{pmatrix} 12 - 11 \\ 18 - 15 \\ 0 - 0 \end{pmatrix}\right| = \left|\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10} \approx 3{,}16$

Der Schatten ist etwa $3{,}24\,m + 3{,}16\,m = 6{,}4\,m$ lang.

Abituraufgaben Analytische Geometrie Wahlteil 2020

Lösung B2

Lösungslogik

a) *Länge der Diagonalen der Projektionsfläche*:
Die Diagonale der Projektionsfläche verläuft von A nach C bzw. von B nach D.
$l = |\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$.
Koordinatengleichung von E:
Wir bilden den Normalenvektor über das Kreuzprodukt der Vektoren $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{AC}$. Über eine Punktprobe mit dem Punkt A ermitteln wir den Parameter d der Ebenengleichung.
Winkel, den die Projektionsfläche und die dahinter liegende Wand des Klassenzimmers einschließen:
Es geht um den Schnittwinkel Ebene - Ebene, also über den $cos\ (\varphi)$.

b) In diesem Falle benötigen wir eine Parametergleichung der Ebene. Wir schneiden diese Parametergleichung mit der Geraden durch L und dem Richtungsvektor $\vec{v}$. Ist $0 < s; t < 1$ (s und t sind die Skalierungsparameter der Ebene), so trifft der Laserstrahl die Projektionsfläche.

c) *Mittelpunkt der Strecke $\overline{CD}$ in jeder Ebene der Schar:*
Wir berechnen den Mittelpunkt der Strecke und machen damit eine Punktprobe mit der Ebenenschar.
Gleichung der Geraden, die die Drehachse enthält:
Da der Mittelpunkt der Strecke $\overline{CD}$ in jeder Ebene der Schar liegt, liegt dieser Punkt auch auf der Drehachse und ist somit Aufpunkt der Geradengleichung.
Die Gerade verläuft senkrecht nach oben, hat also den Richtungsvektor $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

d) *Begründung, dass die Ebene E_1 eine Lage beschreibt, in der die Projektionsfläche an der dahinterliegenden Wand anstößt:*
Siehe Klausuraufschrieb.

Klausuraufschrieb

a) *Länge der Diagonalen der Projektionsfläche*:

$$l = |\overrightarrow{AC}| = \left|\begin{pmatrix} 1 \\ 2{,}4 \\ 1{,}6 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{1^2 + 2{,}4^2 + 1{,}6^2} = 3{,}05$$

Die Diagonale der Projektionsfläche hat etwa die Länge $3\ m$.
Koordinatengleichung von E:

$$k \cdot \overrightarrow{n_E} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2{,}4 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1{,}6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3{,}84 \\ -1{,}6 \\ 0 \end{pmatrix} = 0{,}32 \cdot \begin{pmatrix} 12 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{n_E} = \begin{pmatrix} 12 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$12x_1 - 5x_2 = d$
$12 \cdot 0 - 4 \cdot 4{,}4 = d = -22$
$E\colon\ 12x_1 - 5x_2 = -22$

Winkel, den die Projektionsfläche und die dahinter liegende Wand des Klassenzimmers einschließen:
Schnittwinkel zwischen der Ebene E und der x_2x_3-Ebene.

$$cos(\varphi) = \frac{|\overrightarrow{n_E} \circ \overrightarrow{n_{x_2x_3}}|}{|\overrightarrow{n_E}| \cdot |\overrightarrow{n_{x_2x_3}}|} = \frac{\left|\begin{pmatrix}12\\-5\\0\end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}\right|}{\left|\begin{pmatrix}12\\-5\\0\end{pmatrix}\right| \left|\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}\right|} = \frac{|12|}{\sqrt{12^2+5^2} \cdot \sqrt{1}} = \frac{12}{\sqrt{169}} = \frac{12}{13}$$

$$\varphi = arccos\left(\frac{12}{13}\right) = 22{,}62\,°$$

Der Winkel, den die Projektionsfläche und die dahinter liegende Wand des Klassenzimmers einschließen beträgt etwa $22{,}6\,°$.

b) *Überprüfung, ob Laserstrahl auf Projektionsfläche trifft:*
Parametergleichung der Projektionsfläche:

$$E\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix}0\\4{,}4\\1\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}1\\2{,}4\\0\end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix}0\\0\\1{,}6\end{pmatrix}$$

Parametergleichung des Lichtstrahle:

$$g\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix}4\\2\\1\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}-5\\6\\2\end{pmatrix}$$

$E \cap g$:

$$s \cdot \begin{pmatrix}1\\2{,}4\\0\end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix}0\\0\\1{,}6\end{pmatrix} - r \cdot \begin{pmatrix}-5\\6\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4\\2\\1\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0\\4{,}4\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4\\-2{,}4\\0\end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{lll}
(\mathrm{I}) & s + 5r = 4 & | \quad \cdot 6 \\
(\mathrm{II}) & 2{,}4s - 6r = -2{,}4 & | \quad \cdot 5 \\
(\mathrm{III}) & 1{,}6t - 2r = 0 &
\end{array}$$

$(\mathrm{I}) \cdot 6 + (II) \cdot 5$

$$18s = 12$$
$$s = \frac{2}{3}$$

$s \to (I)$

$(\mathrm{I})\quad \frac{2}{3} + 5r = 4$

$$5r = \frac{10}{3} \to r = \frac{2}{3}$$

$r \to (III)$

$$1{,}6t - 2 \cdot \frac{2}{3} = 0$$
$$1{,}6t = \frac{4}{3}$$
$$t = \frac{5}{6}$$

Wegen $0 < s; t < 1$ trifft der Laserstrahl die Projektionsfläche.

c) *Mittelpunkt der Strecke $\overline{CD}$ in jeder Ebene der Schar:*
Mittelpunkt:

$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2} \cdot (\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}) = \frac{1}{2} \cdot \left(\begin{pmatrix}1\\6{,}8\\2{,}6\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\4{,}4\\2{,}6\end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix}0{,}5\\5{,}6\\2{,}6\end{pmatrix}$$

Punktprobe in E_a mit M:
$12 \cdot 0{,}5 + 5a \cdot 5{,}6 = 28a + 6$
$28a + 6 = 28a + 6$ ➔ wahre Aussage
Der Mittelpunkt der Strecke $\overline{CD}$ liegt in jeder Ebene der Schar.

Gleichung der Geraden, die die Drehachse enthält:

$$g:\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 0{,}5 \\ 5{,}6 \\ 2{,}6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

d) *Begründung, dass die Ebene E_1 eine Lage beschreibt, in der die Projektionsfläche an der dahinterliegenden Wand anstößt:*

E_1: $12x_1 + 5x_2 = 34$

Berechnung der Schnittgeraden zwischen E_1 und der x_2x_3-Ebene:

$$\begin{aligned} E_1 &:\ 12x_1 + 5x_2 = 34 \\ x_1x_2 &:\ x_1 \qquad\quad = 0 \end{aligned}$$

Wir wählen $x_3 = t$. $x_1 = 0$; $5x_2 = 34 \rightarrow\ x_2 = 6{,}8$

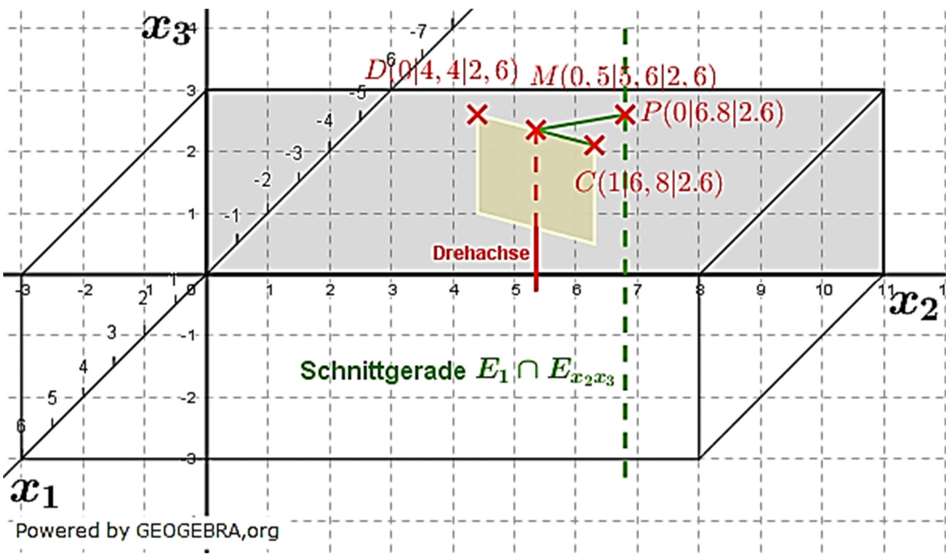
Der Lösungsvektor lautet:

$\mathbb{L} = \{x_1; x_2; x_3 | 0; 6{,}8; t\}$

Die Schnittgerade hat damit die Gleichung

$$g:\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6{,}8 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Die nachfolgende Grafik verdeutlicht die Situation.



Die soeben errechnete Schnittgerade ist grün eingetragen. Die Projektionswand ist in Originalstellung eingetragen, sie kann sich in der Drehachse drehen, da M in jeder Ebene E_a liegt (siehe Aufgabenteil c)). Wenn die Projektionswand in die Ebene E_1 nach rechts gedreht wird und dann die hintere x_2x_3-Ebene berühren soll, so muss die Strecke $|\overrightarrow{MC}|$ gleich lang wie die Strecke $|\overrightarrow{MP}|$ sein.

<u>Hinweis:</u>

Dass die Projektionswand nicht nach links gedreht werden kann, ergibt sich aus dem Punkt D, dessen x_1-Koordinate bereits 0 ist und der somit die hintere x_2x_3-Ebene bereits berührt.

$$\left|\overrightarrow{MC}\right| = \left|\begin{pmatrix} 1-0{,}5 \\ 6{,}8-5{,}6 \\ 2{,}6-2{,}6 \end{pmatrix}\right| = \left|\begin{pmatrix} 0{,}5 \\ 1{,}2 \\ 0 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{0{,}5^2+1{,}2^2} = 1{,}3$$

$$\left|\overrightarrow{MP}\right| = \left|\begin{pmatrix} 0-0{,}5 \\ 6{,}8-5{,}6 \\ 2{,}6-2{,}6 \end{pmatrix}\right| = \left|\begin{pmatrix} -0{,}5 \\ 1{,}2 \\ 0 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{0{,}5^2+1{,}2^2} = 1{,}3$$

Wegen $\left|\overrightarrow{MC}\right| = \left|\overrightarrow{MP}\right|$ *berührt die Projektionswand die* x_2x_3*-Ebene, wenn sie in die Ebene* E_1 *gedreht wird.*