



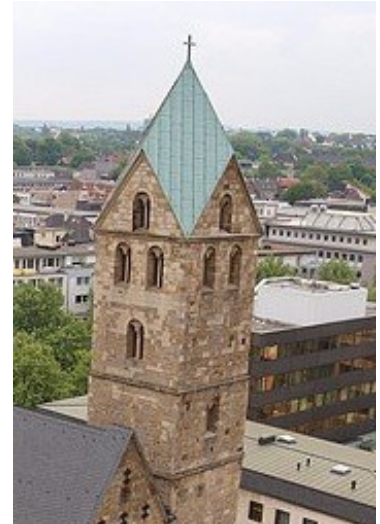
**Aufgabe M02B1**

Die Turmspitze der Marienkirche in Dortmund hat eine quadratische Grundfläche  $ABCD$  (die Seitenlänge werde mit  $8\text{ m}$  angenommen), auf der vier senkrecht gemauerte gleichseitige Dreiecke stehen; die vierteiligen Dachflächen der Turmspitze sind rautenförmig.

Ein lokales Koordinatensystem ist so festgelegt, dass die Straßenebene durch  $z = 0$  bestimmt ist und die Ecken  $A, B, C, D$  folgende Koordinaten haben:

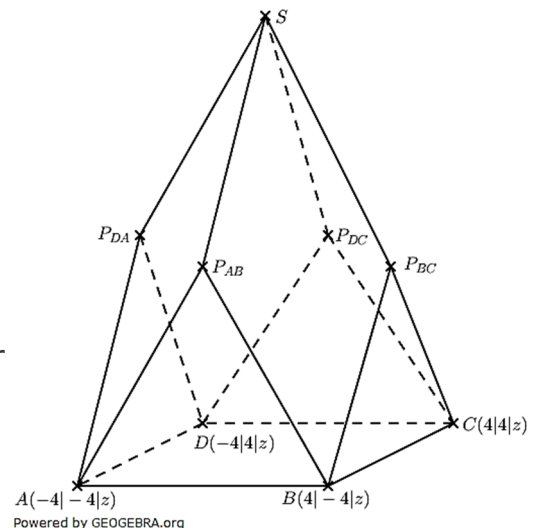
$A(-4| -4|z), B(+4| -4|z), C(+4| +4|z)$  und  $D(-4| +4|z)$  mit  $z > 0$ .

Die Turmspitze liegt  $42,50\text{ m}$  über dem Straßenniveau.



- a) Bestimmen Sie die Koordinaten der oberen Eckpunkte  $P_{AB}, P_{BC}, P_{CD}, P_{DA}$  der gleichseitigen Dreiecke zunächst in Abhängigkeit von  $z$  sowie die Koordinaten der Turmspitze  $S$  (auf der das Kreuz steht). Geben Sie die Koordinaten der Eckpunkte der Grundfläche auch numerisch an. (Angaben mit zwei Dezimalstellen).  
(Kontrollergebnis:  $z = 28,64$ )

- b) Bestimmen Sie die Gleichung für die Dachfläche, die den Punkt  $A$  enthält, in Parameterform.
- c) Das Kreuz auf der Turmspitze soll durch vier Laserstrahler so beleuchtet werden, dass der Strahl genau über die zum Kreuz führenden Dachkanten führt und diese zusätzlich beleuchtet. Die Laserstrahler sollen ebenerdig montiert werden.



- Berechnen Sie, in welcher Entfernung von der Turmmitte die Strahler zu montieren sind, und bestimmen Sie den Winkel  $\alpha$ , den die Strahlen gegenüber dem Straßenniveau haben. Führen Sie Ihre Untersuchungen für *einen* der vier Laserstrahler durch.

- d) Berechnen Sie die Innenwinkel  $\beta$  und  $\gamma$  der Rauten und die Neigung  $\delta$  der rautenförmigen Dachflächen gegenüber dem Grundniveau.
- e) Bestimmen Sie das Volumen des Dachraums der Turmspitze oberhalb des Quadrats  $ABCD$  (die Dicke der Mauern und des Dachs werden vernachlässigt).
- f) Die Statik der Dachkonstruktion soll durch Stützbalken verstärkt werden. Diese verbinden die Mitten der Rauten mit dem jeweils gegenüberliegenden Eckpunkt des Grundquadrats  $ABCD$ . Bestimmen Sie die Länge dieser Balken (die sich im Innern der Kirchturmspitze gegenseitig durchdringen) sowie deren Neigungswinkel  $\epsilon$  mithilfe der Methoden der Vektorgeometrie.