Abitur-Musteraufgaben Ableitungen (Pflichtteil) ab 2019

Lösung M01

$f(x) = (2 - cos(x))^3$ Kettenregel erforderlich

$f'(u \circ v) = v'(u(x)) \cdot u'(x)$
$u = 2 - \cos(x)$ $u' = \sin(x)$
$v(u(x)) = u^3$ $v' = 3u^2$
$f'(x) = 3(2 - cos(x))^2 \cdot sin(x) = 3sin(x) \cdot (2 - cos(x))^2$

Lösung M02

$f(x) = (x^2 - 3) \cdot sin(3x)$ Produktregel erforderlich

$f'(u \cdot v) = u'v + v'u$
$u = x^2 - 3$ $u' = 2x$
$v = sin(3x)$ $v' = 3cos(3x)$
$f'(x) = 2x \cdot sin(3x) + 3cos(3x) \cdot (x^2 - 3)$

Lösung M03

$f(x) = (3 - e^{-2x})^3$ Kettenregel erforderlich

$f'(u \circ v) = v'(u(x)) \cdot u'(x)$
$u = 3 - e^{-2x}$ $u' = 2e^{-2x}$
$v(u(x)) = u^3$ $v'(u(x)) = 3u^2$
$f'(x) = 3(3 - e^{-2x})^2 \cdot 2e^{-2x} = 6e^{-2x}(3 - e^{-2x})^2$

Lösung M04

$f(x) = x^4 \cdot (e^{2x} + 1)$ Produktregel erforderlich

$f'(u \cdot v) = u'v + v'u$
$u = x^4$ $u' = 4x^3$
$v = e^{2x} + 1$ $v' = 2e^{2x}$
$f'(x) = 4x^3 \cdot (e^{2x} + 1) + 2x^4 \cdot e^{2x}$

Lösung M05

$f(x) = e^{-2x} + 2\sqrt{x}$ Potenz- und Kettenregel erforderlich

---

$f'(x) = -2e^{-2x} + 2 \cdot \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = -2e^{-2x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$

Lösung M06

$f(x) = e^{-3x} \cdot (x^2 + 1)$ Produktregel erforderlich

$f'(u \cdot v) = u'v + v'u$
$u = e^{-3x}$ $u' = -3e^{-3x}$
$v = x^2 + 1$ $v' = 2x$
$f'(x) = -3e^{-3x} \cdot (x^2 + 1) + 2x \cdot e^{-3x}$
$f'(x) = e^{-3x} \cdot (-3x^2 - 3 + 2x) = e^{-3x} \cdot (-3x^2 + 2x - 3)$

Lösung M07

$f(x) = (x^2+3)\cdot e^{1-2x}$ Produktregel und Kettenregel erforderlich

---

$f'(u\cdot v) = u'v + v'u$

$u = x^2+3$ $\quad u' = 2x$

$v = e^{1-2x}$ $\quad v' = -2e^{1-2x}$

$f'(x) = 2x\cdot e^{1-2x} - 2e^{1-2x}\cdot(x^2+3)$

$f'(x) = 2e^{1-2x}\cdot(x - x^2 - 3) = 2e^{1-2x}\cdot(-x^2+x-3)$

Lösung M08

$f(x) = (1+\cos(x))^6$ Kettenregel erforderlich

$f'(u\circ v) = v'(u(x))\cdot u'(x)$

$u = 1+cos\,(x)$ $\quad u' = -sin\,(x)$

$v(u(x)) = u^6$ $\quad v'(u(x)) = 6u^5$

$f'(x) = 6\cdot(1+cos(x))^5\cdot(-sin(x))$

$f'(x) = -6sin\,(x)\cdot(1+cos(x))^5$

Lösung M09

$f(x) = 4x + sin\left(\frac{1}{2}(x^2+2)\right)$ Summenregel und Kettenregel erforderlich

---

$f'(u\circ v) = v'(u(x))\cdot u'(x)$

$u = \frac{1}{2}(x^2+2)$ $\quad u' = x$

$v(u(x)) = sin\,(u)$ $\quad v'(u(x)) = cos\,(u)$

$f'(x) = 4 + x\cdot\cos\left(\frac{1}{2}(x^2+2)\right)$

Lösung M10

$f(x) = cos\,(2x)\cdot(x^3+2)$ Produktregel erforderlich

$f'(u\cdot v) = u'v + v'u$

$u = \cos(2x)$ $\quad u' = -2\sin(2x)$

$v = x^3+2$ $\quad v' = 3x^2$

$f'(x) = -2(x^3+2)\cdot sin\,(2x) + 3x^2\cdot cos(2x)$

Lösung M11

$f(x) = \frac{2+3x}{e^{\sqrt{x}}}$ Quotientenregel erforderlich

---

$f'\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

$u = 2+3x$ $\quad u' = 3$

$v = e^{\sqrt{x}}$ $\quad v' = \frac{1}{2\sqrt{x}}e^{\sqrt{x}}$

$f'(x) = \frac{3e^{\sqrt{x}} - \frac{(2+3x)\cdot e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}}{e^x} = \frac{6\sqrt{x}e^{\sqrt{x}} - 2e^{\sqrt{x}} - 3xe^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}e^x} = \frac{6\sqrt{x} - 2 - 3x}{2\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}}$

Lösung M12

$f(x) = 5x \cdot e^{2-x}$ Produktregel und Kettenregel erforderlich

---

$f'(u \cdot v) = u'v + v'u$

$u = 5x$ $u' = 5$

$v = e^{2-x}$ $v' = -e^{2-x}$

$f'(x) = 5e^{2-x} - 5xe^{2-x} = 5e^{2-x}(1-x)$

Lösung M13

$f(x) = 3x \cdot cos\,(x^2+1)$ Produktregel und Kettenregel erforderlich

---

$f'(uv) = u'v - v'u$

$u = 3\text{x}$ $u' = 3$

$v = cos\,(x^2+1)$ $v' = -2xsin(x^2+1)$

$f'(x) = 3co\,s(x^2+1) - 6x^2 sin(x^2+1)$