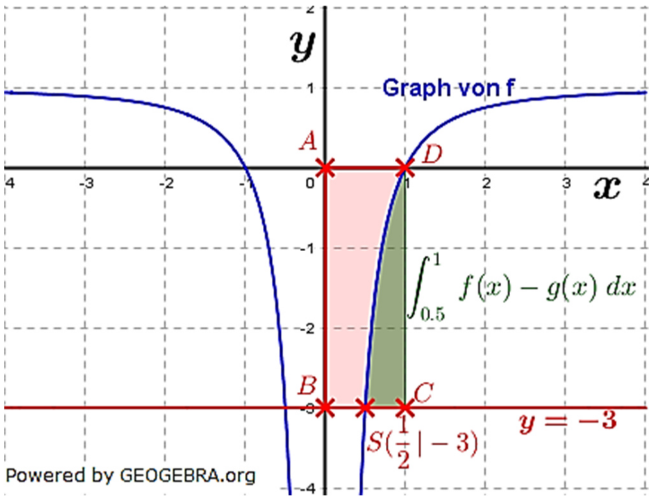
Lösung A3/2019

Lösungslogik

a) Berechnung der Schnittstelle S_1 durch Gleichsetzung von f und g.

b) Die gesuchte Fläche ist doppelt so groß wie die rot hinterlegte Fläche in nebenstehender Grafik.
Wir erhalten diese über die Differenz der Rechteckfläche $ABCD$ und der Fläche zwischen f und g Intervall $I = \left[\frac{1}{2}; 1\right]$ (grün markierte Fläche).
Der Graph von ist achsensymmetrisch, sodass die gesuchte Fläche das Doppelte der berechneten Fläche ist.



Klausuraufschrieb

a) $f \cap g$

$1 - \frac{1}{x^2} = -3 \qquad | \quad -1$

$-\frac{1}{x^2} = -4$

$x^2 = \frac{1}{4} \qquad | \quad \sqrt{}$

$x_1 = \frac{1}{2}; \quad x_2 = -\frac{1}{2}$ **q.e.d.**

b) $A = 2 \cdot \left(A_{ABCD} - \left|\int_{0,5}^{1} f(x) - g\ dx\right|\right)$

$= 2 \cdot \left(1 \cdot 3 - \int_{0,5}^{1}\left(1 - \frac{1}{x^2} - (-3)\right)dx\right)\ 2 \cdot \left(3 - \left[4x + \frac{1}{x}\right]_{0,5}^{1}\right) = 2 \cdot (3 - (5 - 4)) = 4$

Die Fläche ist $4\ FE$ groß.

Lösung A3/2019N

Lösungslogik

Wegen ganzrationaler Funktion 3. Grades benötigen wir 4 Bedingungen, die wir aus dem Aufgabentext herleiten müssen.

Klausuraufschrieb

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$
$f''(x) = 6ax + 2b$

Bedingungen aus Aufgabentext:

$f(0) = 0$ | Punktprobe mit Ursprung
$f'(0) = 0$ | Hochpunkt im Ursprung
$f(1) = -2$ | Punktprobe mit Wendepunkt
$f''(1) = 0$ | Bedingung für Wendepunkt

Aus $f(0) = 0$ folgt $d = 0$.
Aus $f'(0) = 0$ folgt $c = 0$.

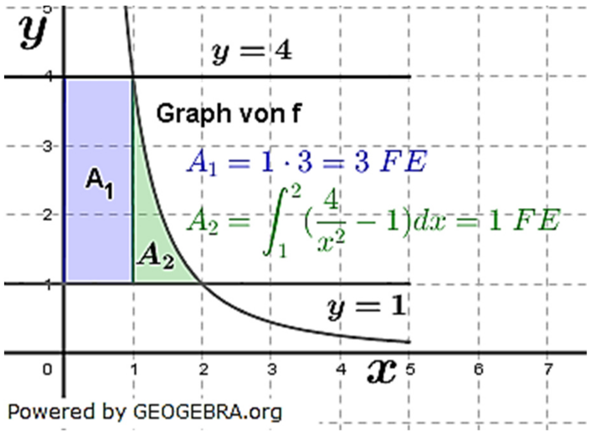
(1) $a + b = -2$ | von $f(1) = -2 \quad \cdot 2$
(2) $6a + 2b = 0$ | von $f''(1) = 0$

(1) $\quad 2a + 2b = -4$
(2) $\quad 6a + 2b = 0$
(2)-(1) $4a = 4$ ➔ $a = 1$
$a \rightarrow (1)$ $1 + b = -2$ ➔ $b = -3$
Die Funktionsgleichung lautet somit: $f(x) = x^3 - 3x^2$

Lösung A4/2020

Lösungslogik

Wir müssen die gesuchte Fläche aufteilen in ein Rechteck (blaue Fläche) sowie in die Fläche zwischen den Funktionen f und $y = 1$ im Intervall von 1 bis 2 (grüne Fläche).
Die Fläche A_1 erhalten wir als Rechteckfläche, die Fläche A_2 über das Integral zwischen oberer Kurve und unterer Kurve im Intervall $I = [1; 2]$.



Klausuraufschrieb

$A = A_1 + A_2$
A_1: $\quad A_1 = 1 \cdot 3 = 3\ FE$
A_2: $\quad A_2 = \int_1^2 \left(\frac{4}{x^2} - 1\right) dx = \int_1^2 (4 \cdot x^{-2} - 1)\, dx = [-4 \cdot x^{-1} - x]_1^2 = \left[-\frac{4}{x} - x\right]_1^2$
$\quad = -2 - 2 - (-4 - 1) = 1$
$A = A_1 + A_2 = 3 + 1 = 4$
Die Fläche ist $4\ FE$ groß.