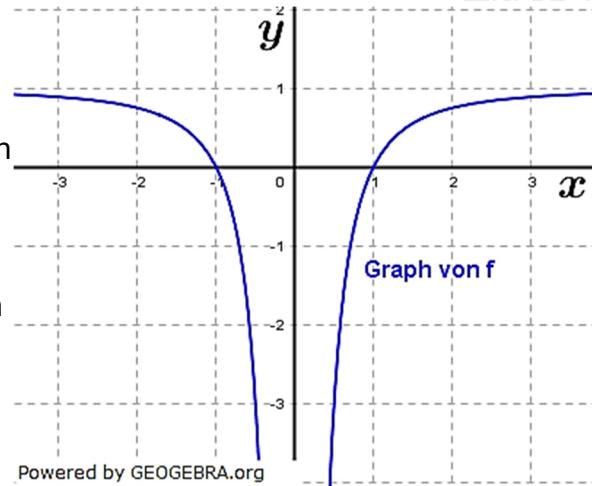


Aufgabe A3/2019

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$, die die Nullstellen $x_1 = -1$ und $x_2 = 1$ hat.

Die Abbildung zeigt den Graphen von f , der symmetrisch bezüglich der y -Achse ist. Weiterhin ist die Gerade g mit der Gleichung $y = -3$ gegeben.

- Zeigen Sie, dass einer der Punkte, in denen g den Graphen von f schneidet, die f -Koordinate $\frac{1}{2}$ hat.
- Bestimmen Sie rechnerisch den Inhalt der Fläche, die der Graph von f , die x -Achse und die Gerade g einschließen.



(Quelle Abitur BW 2019)

Aufgabe A3/2019N

Der Graph einer ganzrationalen Funktion f dritten Grades hat im Ursprung einen Hochpunkt und den Wendepunkt $W(1 | -2)$.

Bestimmen Sie einen Funktionsterm von f .

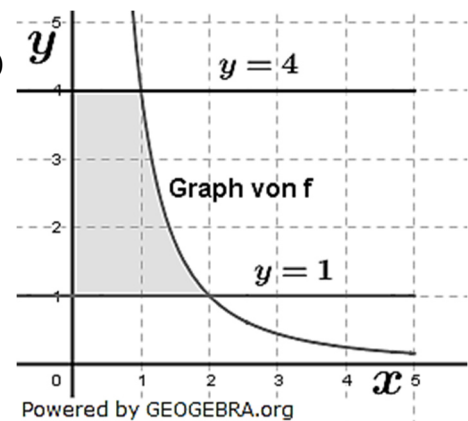
(Quelle Abitur BW 2019 Nachtermin)

Aufgabe A4/2020

Der Graph der Funktion f mit $f(x) = \frac{4}{x^2}$ schneidet die Gerade mit der Gleichung $y = 4$ im Punkt $P(1|4)$ und die Gerade mit der Gleichung $y = 1$ im Punkt $Q(2|1)$.

Berechnen Sie den Inhalt der markierten Fläche.

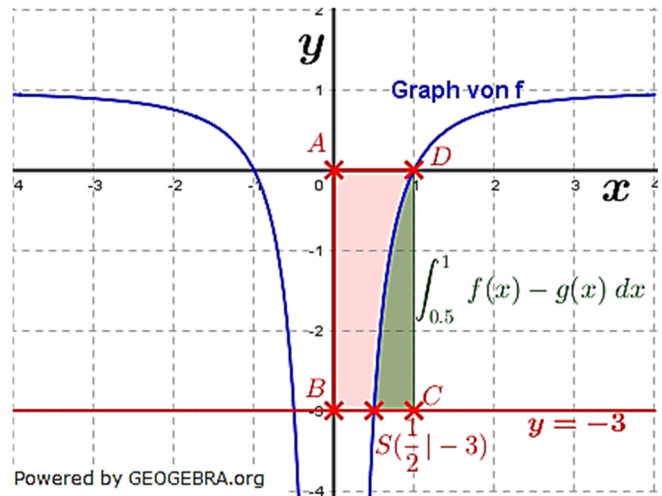
(Quelle Abitur BW 2020)



Lösung A3/2019

Lösungslogik

- a) Berechnung der Schnittstelle S_1 durch Gleichsetzung von f und g .
- b) Die gesuchte Fläche ist doppelt so groß wie die rot hinterlegte Fläche in nebenstehender Grafik. Wir erhalten diese über die Differenz der Rechteckfläche $ABCD$ und der Fläche zwischen f und g Intervall $I = [\frac{1}{2}; 1]$ (grün markierte Fläche).
- Der Graph von f ist achsensymmetrisch, sodass die gesuchte Fläche das Doppelte der berechneten Fläche ist.



Klausuraufschrieb

- a) $f \cap g$
- $$1 - \frac{1}{x^2} = -3 \quad | \quad -1$$
- $$-\frac{1}{x^2} = -4$$
- $$x^2 = \frac{1}{4} \quad | \quad \sqrt{\quad}$$
- $$x_1 = \frac{1}{2}; \quad x_2 = -\frac{1}{2} \quad \text{q.e.d.}$$
- b) $A = 2 \cdot \left(A_{ABCD} - \int_{0,5}^1 f(x) - g \, dx \right)$
- $$= 2 \cdot \left(1 \cdot 3 - \int_{0,5}^1 \left(1 - \frac{1}{x^2} - (-3) \right) dx \right) = 2 \cdot \left(3 - \left[4x + \frac{1}{x} \right]_{0,5}^1 \right) = 2 \cdot (3 - (5 - 4)) = 4$$
- Die Fläche ist 4 FE groß.

Lösung A3/2019N

Lösungslogik

Wegen ganzrationaler Funktion 3. Grades benötigen wir 4 Bedingungen, die wir aus dem Aufgabentext herleiten müssen.

Klausuraufschrieb

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

Bedingungen aus Aufgabentext:

$$f(0) = 0 \quad | \quad \text{Punktprobe mit Ursprung}$$

$$f'(0) = 0 \quad | \quad \text{Hochpunkt im Ursprung}$$

$$f(1) = -2 \quad | \quad \text{Punktprobe mit Wendepunkt}$$

$$f''(1) = 0 \quad | \quad \text{Bedingung für Wendepunkt}$$

Aus $f(0) = 0$ folgt $d = 0$.

Aus $f'(0) = 0$ folgt $c = 0$.

$$(1) \quad a + b = -2 \quad | \quad \text{von } f(1) = -2 \quad \cdot 2$$

$$(2) \quad 6a + 2b = 0 \quad | \quad \text{von } f''(1) = 0$$

$$(1) \quad 2a + 2b = -4$$

$$(2) \quad 6a + 2b = 0$$

$$(2) - (1) \quad 4a = 4 \quad \rightarrow \quad a = 1$$

$$a \rightarrow (1) \quad 1 + b = -2 \quad \rightarrow \quad b = -3$$

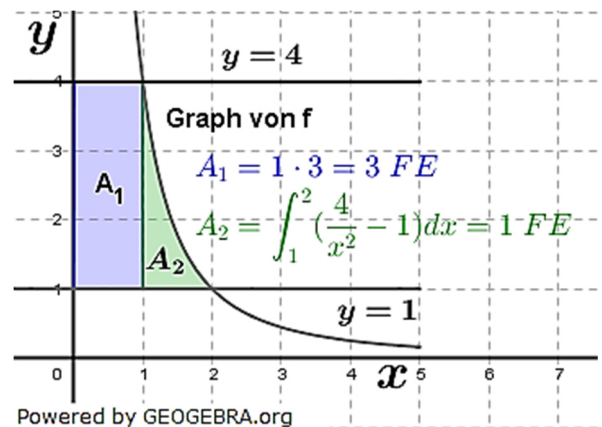
Die Funktionsgleichung lautet somit: $f(x) = x^3 - 3x^2$

Lösung A4/2020

Lösungslogik

Wir müssen die gesuchte Fläche aufteilen in ein Rechteck (blaue Fläche) sowie in die Fläche zwischen den Funktionen f und $y = 1$ im Intervall von 1 bis 2 (grüne Fläche).

Die Fläche A_1 erhalten wir als Rechteckfläche, die Fläche A_2 über das Integral zwischen oberer Kurve und unterer Kurve im Intervall $I = [1; 2]$.



Klausuraufschrieb

$$A = A_1 + A_2$$

$$A_1: \quad A_1 = 1 \cdot 3 = 3 \text{ FE}$$

$$A_2: \quad A_2 = \int_1^2 \left(\frac{4}{x^2} - 1 \right) dx = \int_1^2 (4 \cdot x^{-2} - 1) dx = [-4 \cdot x^{-1} - x]_1^2 = \left[-\frac{4}{x} - x \right]_1^2$$

$$= -2 - 2 - (-4 - 1) = 1$$

$$A = A_1 + A_2 = 3 + 1 = 4$$

Die Fläche ist 4 FE groß.