Lösung M01

Lösungslogik

Wegen des Pflichtteils ist hier die Verwendung eines WTR ausgeschlossen, das Gleichungssystem muss manuell gelöst werden nach dem Gaußschen Eliminierungsverfahren.

Klausuraufschrieb

Gauß-Schema

Nr.	x_1	x_2	x_3	$=$	Operation
I	1	1	7	2	
II	2	-1	-3	-5	$II-2\cdot I$
III	4	-1	4	-7	$III-4\cdot I$

Nr.	x_1	x_2	x_3	$=$	Operation
I	1	1	7	2	
II‘	0	-3	-17	-9	
III‘	0	-5	-24	-15	$5\cdot \mathrm{II}'-3\cdot \mathrm{III}'$

Nr.	x_1	x_2	x_3	$=$	Operation
I	1	1	7	2	
II‘	0	-3	-17	-9	
III‘‘	0	0	-13	0	

Die untere Dreiecksmatrix ist erstellt, wir lesen die Ergebnisse ab:

$$-13x_3=0 \quad\Longrightarrow\quad x_3=0$$
$$-3x_2-17\cdot 0=-9 \quad\Longrightarrow\quad x_2=3$$
$$x_1+1\cdot 3+7\cdot 0=2 \quad\Longrightarrow\quad x_1=-1$$

$\mathbb{L}=\{x_1|x_2|x_3(-1|3|0)\}$

Lösung M02

Lösungslogik

Wir stellen die Linearkombination $r\cdot\vec{a}+s\cdot\vec{b}+t\cdot\vec{c}=\vec{v}$ und lösen das entstehende Gleichungssystem nach r, s und t auf.

Klausuraufschrieb

$$r\cdot\vec{a}+s\cdot\vec{b}+t\cdot\vec{c}=\vec{v}$$

$$r\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\3\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}-1\\3\\7\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}5\\-2\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}14\\-5\\7\end{pmatrix}$$

Gauß-Schema

Nr.	r	s	t	$=$	Operation
I	0	-1	5	14	
II	1	3	-2	-5	$II-2\cdot I$
III	3	7	2	7	$III-4\cdot I$

Wegen der Null in der ersten Spalte der ersten Zeile vertauschen wir die Zeile I mit der Zeile III.

Nr.	r	s	t	$=$	Operation
I	3	7	2	7	
II	1	3	-2	-5	$3 \cdot II - I$
III	0	-1	5	14	

Nr.	r	s	t	$=$	Operation
I	3	7	2	7	
II‘	0	2	-8	-22	
III	0	-1	5	14	$2 \cdot III + II'$

Nr.	r	s	t	$=$	Operation
I	3	7	2	7	
II‘	0	2	-8	-22	
III	0	0	2	6	

Die untere Dreiecksmatrix ist erstellt, wir lesen die Ergebnisse ab:

$2t = 6 \qquad \Longrightarrow \quad t = 3$

$2s - 8 \cdot 3 = -22 \qquad \Longrightarrow \quad s = 1$

$3r + 7 \cdot 1 + 2 \cdot 3 = 7 \qquad \Longrightarrow \quad r = -2$

$$-2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ -5 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Lösung M03

Lösungslogik

Wir stellen zunächst die Koordinatengleichung der Ebene E_1 auf und errechnen deren Spurpunkte. Die Ebene E_2 ist eine parallele Ebene zur x_1x_2-Ebene im Abstand $x_3 = 2$.
Wir zeichnen die beiden Ebenen ein und bestimmen danach die Gleichung der Schnittgeraden durch Gleichsetzung von E_1 mit E_2.

Klausuraufschrieb

Koordinatengleichung von E_1:

$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = d$

$2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 2 \cdot 6 = d \qquad |$ Punktprobe mit Aufpunkt

$d = 12$

$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 12 \qquad | \quad :12$

$\frac{x_1}{6} + \frac{x_2}{4} + \frac{x_3}{6} = 1 \qquad |$ Achsenabschnittsform

$S_{x_1}(6|0|0); \quad S_{x_2}(0|4|0); \quad S_{x_3}(0|0|6)$

Schnittgerade g:

$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 12$

$x_3 = 2$

Wir wählen eine Unbekannte frei, z.B. $x_2 = t$.

$2x_1 + 3t + 4 = 12$

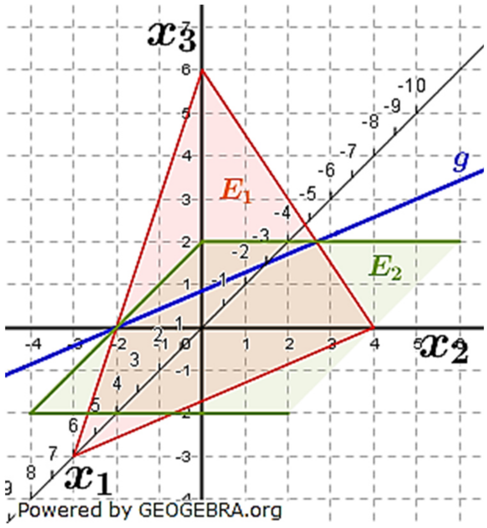
$x_1 = 4 - \frac{3}{2}t$

$\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 - \frac{3}{2}t \\ t \\ 2 \end{pmatrix}$

Daraus folgt:

$g\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$g\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t^* \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$



Lösung M04

Lösungslogik

Wir bestimmen die Spurpunkte der Ebene E und F und zeichnen damit die Ebenen und die Schnittgerade in das Koordinatensystem. Danach berechnen wir die Gleichung der Schnittgeraden durch Gleichsetzung von E mit F.

Klausuraufschrieb

$x_1 + 2x_2 = 4$ | $:4$

$\frac{x_1}{4} + \frac{x_2}{2} = 1$ | Achsenabschnittsform E

$S_{E_{x1}}(4|0|0)$; $S_{Ex2}(0|2|0)$

$2x_1 + x_2 + 2x_3 = 8$ | $:8$

$\frac{x_1}{4} + \frac{x_2}{8} + \frac{x_3}{4} = 1$ | Achsenabschnittsform F

$S_{F_{x1}}(4|0|0)$; $S_{Fx2}(0|8|0)$; $S_{Fx_3}(0|0|4)$

$E \cap F$

$x_1 + 2x_2 = 4$

$2x_1 + x_2 + 2x_3 = 8$

Wir wählen eine Variable frei, z.B. $x_3 = t$

(1) $x_1 + 2x_2 = 4$

(2) $2x_1 + x_2 = 8 - 2t$

(1) $x_1 = 4 - 2x_2$

(1)->(2)

$2 \cdot (4 - 2x_2) + x_2 = 8 - 2t$

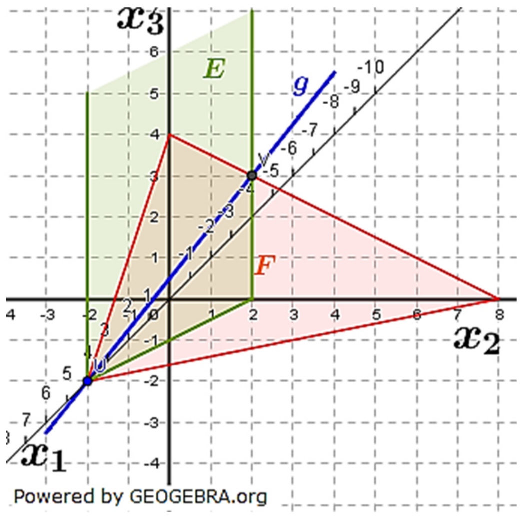
$8 - 3x_2 = 8 - 2t$

$x_2 = \frac{2}{3}t$

x_2->(1)

$x_1 + 2 \cdot \frac{2}{3}t = 4$

$x_1 = 4 - \frac{4}{3}t$



$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 - \frac{4}{3}t \\ \frac{2}{3}t \\ t \end{pmatrix}$$

Daraus folgt:

$$g\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -\frac{4}{3} \\ \frac{2}{3} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$g\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t^* \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Lösung M05

Lösungslogik

a) Über die gegebenen Spurpunkte stellen wir die Achsenabschnittsform der Ebene E auf.

b) Die Ebene E hat die Gleichung $E\colon\ x_1 = 2$. Eine zu parallele Ebene F hat denselben Normalenvektor und die Gleichung $F\colon\ x_1 = d$. Über eine Punkteprobe mit A errechnen wir dann d von F neu.

c) Eine Gerade steht dann senkrecht auf einer Ebene, wenn ihr Richtungsvektor ein Vielfaches des Normalenvektors der Ebene ist.

Klausuraufschrieb

a) $E\colon\ -\frac{x_2}{3} + \frac{x_3}{4} = 1$

b) $E\colon\ x_1 = 2$
$F \parallel E\colon\ x_1 = d$
$3 = d \qquad |\quad$ Punktprobe mit $A(3|-3|1)$
$F\colon\ x_1 = 3$

c) $g\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Lösung M06

Lösungslogik

a) Die Richtungsvektoren von g und h sind ein Vielfaches voneinander und der Aufpunkt von g liegt nicht auf h.

b) Wir nehmen den Aufpunkt von g als Aufpunkt der Ebene, ein Richtungsvektor der Ebene ist gleich dem Richtungsvektor der parallelen Geraden, der zweite Richtungsvektor der Ebene ist der Vektor vom Aufpunkt von g zum Aufpunkt von h.

Klausuraufschrieb

a) $\begin{pmatrix} -9 \\ 3 \\ -15 \end{pmatrix} = -3 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$

Die Richtungsvektoren von g und h sind ein Vielfaches voneinander

$\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \notin \ g \ \wedge \ \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \notin \ h$

g und h sind parallel aber nicht identisch.

b) $E\colon \ \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4-4 \\ -1-(-1) \\ 1-0 \end{pmatrix}$

$E\colon \ \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Lösung M07

Lösungslogik

a) Wir bilden den Normalenvektor von E über das Kreuzprodukt der beiden Richtungsvektoren von E und vergleichen diesen mit dem von F.

b) Wir berechnen den Abstand des Aufpunktes von E zur Ebene F mithilfe der HNF.

Klausuraufschrieb

a) $k \cdot \overrightarrow{n_E} = \overrightarrow{rv_1} \times \overrightarrow{rv_2} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \ \overrightarrow{n_E} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{n_F} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Die Normalenvektoren von E und F sind identisch, die Ebenen liegen parallel.

b) HNF von F:

$F\colon \ \frac{x_1 - x_2 + x_3 + 1}{\sqrt{1+1+1}} = 0$

$A(1|2|3)$ | Aufpunkt von E

$d(F; A) = \frac{|1-2+3+1|}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

Der Abstand der beiden Ebenen beträgt $\sqrt{3}\ LE$.

Lösung M08

Klausuraufschrieb

a) $k \cdot \overrightarrow{n_E} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -15 \\ 15 \end{pmatrix} = 5 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \ \overrightarrow{n_E} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$

$E\colon \ \left(\vec{x} - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}\right) \circ \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} = 0$

$x_1 - 3x_2 + 3x_3 = d$

$3 - 3 \cdot 0 + 3 \cdot 1 = d$

$d = 6$

$E\colon \ x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 6$

b) Lage von E zur Geraden g:

$x_1 = 4 + 2t$
$x_2 = t$
$x_3 = 1$

Einsetzen in Ebenengleichung:

$4 + 2t - 3 \cdot t + 3 \cdot 1 = 6$

$7 - t = 6 \quad => \quad t = 1$

$$\overrightarrow{OS} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Die Geraden g schneidet E in $S(6|1|1)$.

Lösung M09

Lösungslogik

a) Orthogonalität von Geraden bedeutet, dass das Skalarprodukt der beiden Richtungsvektoren Null sein muss.

b) Wir setzen die beiden Geradengleichungen gleich, stellen das LGS auf und prüfen, ob dieses eine Lösung hat.

Klausuraufschrieb

$g \perp h$:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 2 + 2 - 4 = 0$$

Die Geraden g und h sind orthogonal.

$g \cap h$:

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} - s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

(1) $\quad 2t - s = 4$
(2) $\quad t - 2s = 5 \quad => \quad t = 2s + 5$
(3) $\quad -4t - s = -2$

(2)->(1)

$2 \cdot (2s + 5) - s = 4$
$3s + 10 = 4$
$s = -2$

$s \rightarrow (2)$

(2) $\quad t = 2 \cdot (-2) + 5 = 1$

$s; t \rightarrow (3)$

(3) $\quad -4 \cdot 1 + 2 = -2$

Die Geraden g und h schneiden sich.

Schnittpunkt S:

$$\overrightarrow{OS} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Der Schnittpunkt von g und h hat die Koordinaten $S(5|-1|3)$.

Lösung M10

Klausuraufschrieb

$$\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}4-12\\10-0\\5-0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-8\\10\\5\end{pmatrix};\quad \overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}2-12\\8-0\\4-0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-10\\8\\4\end{pmatrix};\quad \overrightarrow{BC}=\begin{pmatrix}2-4\\8-10\\4-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\-2\\-1\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB}\circ\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}-8\\10\\5\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}-10\\8\\4\end{pmatrix}=80+80+20=180$$

$$\overrightarrow{AB}\circ\overrightarrow{BC}=\begin{pmatrix}-8\\10\\5\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}-2\\-2\\-1\end{pmatrix}=16-20-5=-9$$

$$\overrightarrow{AC}\circ\overrightarrow{BC}=\begin{pmatrix}-10\\8\\4\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}-2\\-2\\-1\end{pmatrix}=20-16-4=0$$

Wegen $\overrightarrow{AC}\circ\overrightarrow{BC}=0$ ist das Dreieck ABC rechtwinklig.

$$A_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot\left|\overrightarrow{AC}\right|\cdot\left|\overrightarrow{BC}\right|=\frac{1}{2}\sqrt{100+64+16}\cdot\sqrt{4+4+1}$$
$$=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{180}\cdot\sqrt{9}=\frac{3}{2}\cdot\sqrt{180}=9\cdot\sqrt{5}$$

Das Dreieck ABC hat eine Fläche von $9\sqrt{5}\,FE$.

Lösung M11

Lösungslogik

a) Die Länge von zwei Seiten muss gleich lang sein, die dritte Seite ist dann die Basis des gleichschenkligen Dreiecks.

b) Der Punkt muss von der Basisseite genau denselben Abstand haben, wir der Abstand des Punktes gegenüber der Basis zur Basis.

c) Wir berechnen die Fläche des Dreiecks über die Formel:
$A_{Dreieck}=\frac{1}{2}\cdot\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right|$

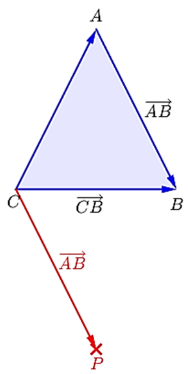
Klausuraufschrieb

a) $\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}-5-(-7)\\3-0\\1-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\3\\0\end{pmatrix};\quad \overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}-4-(-7)\\0-0\\-1-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\0\\-2\end{pmatrix};\quad \overrightarrow{BC}=\begin{pmatrix}-4-(-5)\\0-3\\-1-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\-3\\-2\end{pmatrix}$

$\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{4+9+0}=\sqrt{13};\quad \left|\overrightarrow{AC}\right|=\sqrt{9+0+4}=\sqrt{13}$

$\left|\overrightarrow{BC}\right|=\sqrt{1+9+4}=\sqrt{14}$

Wegen $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{AC}\right|$ ist das Dreieck ABC gleichschenklig mit der Basis $\overline{BC}$.



b) $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{OP}=\begin{pmatrix}-4+2\\0+3\\-1+0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\3\\-1\end{pmatrix}$

Der Punkt P hat die Koordinaten $P(-2|3|1)$.

c) $A_{Dreieck}=\frac{1}{2}\cdot\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right|=\frac{1}{2}\cdot\left|\begin{pmatrix}2\\3\\0\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}3\\0\\-2\end{pmatrix}\right|$

$=\frac{1}{2}\cdot\left|\begin{pmatrix}-6\\4\\-9\end{pmatrix}\right|=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{36+16+81}=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{133}$

Das Dreieck ABC ist $\frac{1}{2}\cdot\sqrt{133}\,FE$ groß.

Lösung M12

Lösungslogik

Wir berechnen die Fläche des Dreiecks über die Formel:

$$A_{Dreieck}=\frac{1}{2}\cdot\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right|$$

Klausuraufschrieb

$$\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}3-1\\7-3\\-4-0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\4\\-4\end{pmatrix};\quad \overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}2-1\\8-3\\1-0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\5\\1\end{pmatrix}$$

$$A_{Dreieck}=\frac{1}{2}\cdot\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right|=\frac{1}{2}\cdot\left|\begin{pmatrix}2\\4\\-4\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}1\\5\\1\end{pmatrix}\right|$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\left|\begin{pmatrix}24\\-6\\6\end{pmatrix}\right|=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{576+36+36}=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{648}=\frac{1}{2}\cdot 18\cdot\sqrt{2}=9\cdot\sqrt{2}$$

Das Dreieck ABC hat einen Flächeninhalt von $9\cdot\sqrt{2}\ FE$.

Lösung M13-1

Gauß-Schema					
Nr.	x_1	x_2	x_3	$=$	Operation
I	1	3	−4	6	
II	−1	3	10	12	$II+I$
III	0	1	1	3	

Nr.	x_1	x_2	x_3	$=$	Operation
I	1	3	−4	6	
II	0	6	6	18	
III	0	1	1	3	III-II:6

Nr.	x_1	x_2	x_3	$=$	Operation
I	1	3	−4	6	
II	0	1	1	3	
III	0	0	0	0	

Die untere Dreiecksmatrix ist erstellt. Wir haben ein System von zwei Gleichungen mit drei Unbekannten. Somit ist eine Unbekannte frei zu wählen, wir wählen:

$x_3=t$
$x_2+t=3$
$x_2=3-t$
$x_1+3(3-t)-4t=6$
$x_1+9-3t-4t=6$
$x_1=-3+7t$
$\mathbb{L}=\{x_1;x_2x_3|-3+7t;3-t;t\}$

Lösung M13-2

a) E parallel zu g:

Eine Gerade steht dann senkrecht auf einer Ebene, wenn das Skalarprodukt aus Richtungsvektor der Geraden und Normalenvektor der Ebene 0 ergibt.

$$\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix}2\\-1\\2\end{pmatrix} = 2-2+0=0$$

b) Abstand von g und E:

Da die Gerade parallel zur Ebene verläuft, haben alle Punkte der Geraden denselben Abstand von E, Wir berechnen diesen Abstand über den Aufpunkt von g und der HNF von E.

HNF: $\frac{2x_1-x_2+2x_3-9}{\sqrt{4+1+4}} = 0$

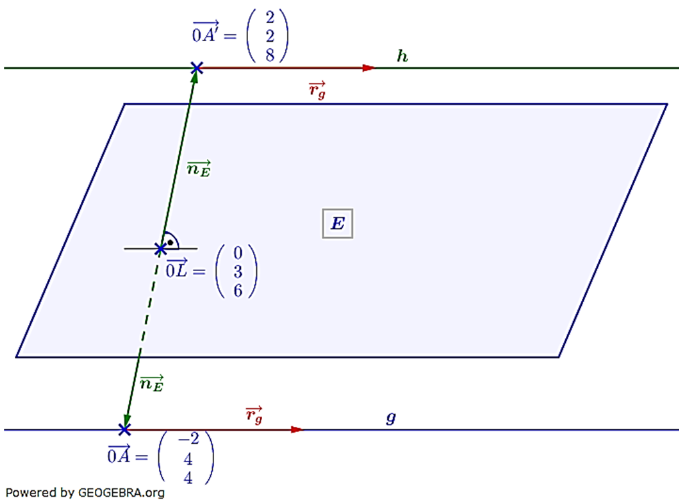
Aufpunkt $\begin{pmatrix}-2\\4\\4\end{pmatrix}$ von g einsetzen:

$$d(e;g) = \frac{|2\cdot(-2)-4+2\cdot4-9|}{3} = \frac{|-9|}{3} = 3$$

c) Gleichung einer Spiegelgeraden h:

Die nebenstehende Grafik verdeutlicht die Situation. In Aufgabenteil b) haben wir festgestellt, dass der Abstand der Geraden g zur Ebene E $3\,LE$ ist. Also muss auch der Abstand der gespiegelten Gerade h zur Ebene E ebenfalls $3\,LE$ sein.

Aufgabenteil b) ergab auch, dass $|\overrightarrow{n_E}| = 3$ ist. Also ist der Punkt A genau eine Länge des Normelanvektors von E entfernt und somit muss auch A' genau eine Länge des Normalenvektors von E entfernt auf der anderen Seite der Ebene liegen.



Die Koordinaten des Punktes A' berechnen sich aus $\overrightarrow{0A'} = \overrightarrow{0A} + 2\cdot\overrightarrow{AL}$, wobei $|\overrightarrow{AL}| = |\overrightarrow{n_E}| = 3$ ist.

Leider wissen wir nicht, ob der Normalenvektor in Richtung des Punktes A senkrecht auf der Ebene steht oder aber in Richtung des Punktes A'.

Eine einfache Lösung dies festzustellen ist die, dass wir die Koordinaten des Lotfußpunktes L aus $\overrightarrow{0L} = \overrightarrow{0A} + \overrightarrow{n_E}$ bilden und dann mit dem Ergebnis eine Punktprobe mit E machen.

$$\overrightarrow{0L} = \overrightarrow{0A} + \overrightarrow{n_E} = \begin{pmatrix}-2\\4\\4\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}2\\-1\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\3\\6\end{pmatrix}$$

Punktprobe mit E:

$2 \cdot 0 - 3 + 2 \cdot 6 \overset{?}{=} 9;\quad 9 = 9$ ➔ $\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \in E$

$\overrightarrow{0A'} = \overrightarrow{0A} + 2 \cdot \overrightarrow{n_E} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}$

$h\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$