Abitur-Musteraufgaben Gleichungen (Pflichtteil) ab 2019

Lösung M01

$x^5 + 2x^3 - 3x = 0$ — Ausklammern, biquadratische Gleichung

---

$x \cdot (x^4 + 2x^2 - 3) = 0$	|	Faktorisieren, Satz vom Nullprodukt
$x_1 = 0$		
$x_{2,4}^2 = -1 \pm \sqrt{1+3} = -1 \pm 2$	|	p/q-Formel
$x_2^2 = 1$	|	$\sqrt{}$
$x_{2,3} = \pm 1$		
$x_4^2 = -3 \quad \Longrightarrow \quad \mathbb{L} = \{\}$		
$\mathbb{L} = \{-1; 0; 1\}$		

Lösung M02

$(2x^2 - 50) \cdot (e^{2x} - 7) = 0$ — Satz vom Nullprodukt

$2x^2 - 50 = 0$	|	1. Faktor
$x^2 = 25$	|	$\sqrt{}$
$x_{1,2} = \pm 5$		
$(e^{2x} - 7) = 0$	|	2. Faktor
$e^{2x} = 7$	|	ln
$2x = ln\,(7)$	|	$:2$
$x_3 = \frac{1}{2} \cdot ln\,(7)$		
$\mathbb{L} = \left\{-5; \frac{1}{2} \cdot ln\,(7); 5\right\}$		

Lösung M03

$e^x + 3 - 10e^{-x} = 0$ — Substitution, quadratische Gleichung

---

$e^x + 3 - 10e^{-x} = 0$	|	$\cdot e^x$
$e^{2x} + 3e^x - 10 = 0$		
Substitution:		
$e^x = z$		
$z^2 + 3z - 10 = 0$	|	quadratische Gleichung
$z_{1,2} = -1{,}5 \pm \sqrt{2{,}25 + 10}$	|	p/q-Formel
$z_{1,2} = -1{,}5 \pm \sqrt{12{,}25} = -1{,}5 \pm 3{,}5$		
$z_1 = 2;\ \ z_2 = -5$		
Resubstitution:		
$e^{x_1} = 2 \quad \Longrightarrow \quad x_1 ln(e) = ln(2) \quad \Longrightarrow \quad x_1 = ln(2)$		
$e^{x_2} = -3 \quad \Longrightarrow \quad \mathbb{L} = \{\}$		
$\mathbb{L} = \{ln(2)\}$		

Lösung M04

$(e^{-x} + 3)^2 = 4$ — Wurzel ziehen, Logarithmus

$(e^{-x} + 3)^2 = 4$	|	$\cdot \sqrt{}$
$e^{-x} + 3 = \pm 2$		
$e^{-x_1} = -1 \quad \Longrightarrow \quad \mathbb{L} = \{\}; \qquad e^{-x_1} = -5 \quad \Longrightarrow \quad \mathbb{L} = \{\};$		

Die Gleichung hat keine Lösung.

Lösung M05

$(sin(x))^2 - 2\,sin(x) = 3$ Substitution / Resubstitution

Substitution:
$sin\,(x) = z$
$z^2 - -2z - 3 = 0$ | quadratische Gleichung
$z_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+3}$ | p/q-Formel
$z_{1,2} = 1 \pm \sqrt{4} = 1 \pm 2$
$z_1 = 3;\ \ z_2 = -1$
Resubstitution:
$sin(x_1) = 3 \ \Rightarrow\ \mathbb{L} = \{\}$
$sin(x_2) = -1 \ \Rightarrow\ x_2 = \frac{3}{2}\pi$ | einzigste Lösung im Intervall $0 \le x \le 2\pi$
$\mathbb{L} = \left\{\frac{3}{2}\pi\right\}$

Lösung M06

$\frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} = 1$ | Nennerbeseitigung, quadratische Gleichung

---

$\frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} = 1$ | $\cdot\, x^2$
$2 + x = x^2$ | $-x - 2$
$x^2 - x - 2 = 0$ | quadratische Gleichung
$x_{1,2} = 0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25 + 2}$ | p/q-Formel
$x_{1,2} = 0{,}5 \pm \sqrt{2{,}25} = 0{,}5 \pm 1{,}5$
$x_1 = 2;\quad x_2 = -1$
$\mathbb{L} = \{-1; 2\}$

Lösung M07

$1 - \frac{5}{e^x} + \frac{4}{e^{2x}} = 0$ | Nennerbeseitigung, Substitution

---

$1 - \frac{5}{e^x} + \frac{4}{e^{2x}} = 0$ | $\cdot\, e^{2x}$
$e^{2x} - 5e^x + 4 = 0$
Substitution:
$e^x = z$
$z^2 - 5z + 4 = 0$ | quadratische Gleichung
$z_{1,2} = 2{,}5 \pm \sqrt{6{,}25 - 4}$ | p/q-Formel
$z_{1,2} = 2{,}5 \pm \sqrt{2{,}25} = 2{,}5 \pm 1{,}5$
$z_1 = 4;\ \ z_2 = 1$
Resubstitution:
$e^{x_1} = 4 \ \Rightarrow\ x_1 ln(e) = ln(4) \ \Rightarrow\ x_1 = ln(4)$
$e^{x_2} = 1 \ \Rightarrow\ x_2 = 0$
$\mathbb{L} = \{0; ln(4)\}$

Lösung M08

$cos(x) \cdot (e^{-2x+1} + 1) = 0$ Satz vom Nullprodukt

$cos\,(x) = 0$	|	1. Faktor
$x_1 = \frac{\pi}{2};\quad x_2 = \frac{3}{2}\pi$		
$e^{-2x+1} + 1 = 0$	|	2. Faktor
$e^{-2x+1} = -1 \quad \Longrightarrow \quad \mathbb{L} = \{\}$		
$\mathbb{L} = \left\{\frac{\pi}{2}; \frac{3}{2}\pi\right\}$		

Lösung M09

$e^x + 24 \cdot e^{-x} = 11$ Substitution

$e^x + 24 \cdot e^{-x} = 11$	|	$\cdot e^x$
$e^{2x} + 24 = 11e^x$		
$e^{2x} - 11e^x + 24 = 0$		
Substitution:		
$e^x = z$		
$z^2 - 11z + 24 = 0$	|	quadratische Gleichung
$z_{1,2} = 5{,}5 \pm \sqrt{30{,}25 - 24}$	|	p/q-Formel
$z_{1,2} = 5{,}5 \pm \sqrt{6{,}25} = 5{,}5 \pm 2{,}5$		
$z_1 = 8;\quad z_2 = 3$		

Resubstitution:

$e^{x_1} = 8 \quad \Longrightarrow \quad x_1 ln(e) = ln(8) \quad \Longrightarrow \quad x_1 = ln(8)$

$e^{x_2} = 3 \quad \Longrightarrow \quad x_2 ln(e) = ln(3) \quad \Longrightarrow \quad x_2 = ln(3)$

$\mathbb{L} = \{ln(3); ln(8)\}$

Lösung M10

$sin^2(x) - sin\,(x) = 0$ Faktorisieren, Satz vom Nullprodukt

---

$sin(x) \cdot (\sin\,(x) - 1) = 0$	|	Faktorisierung
$sin\,(x) = 0$	|	1. Faktor
$x_1 = 0;\quad x_2 = \pi;\quad x_3 = 2\pi$		
$sin(x) - 1 = 0$	|	2. Faktor
$sin\,(x) = 1$		
$x_4 = \frac{\pi}{2}$		
$\mathbb{L} = \left\{0; \frac{\pi}{2}; \pi; 2\pi\right\}$		

Lösung M11

$e^{4x} + e^{3x} = 6 \cdot e^{2x}$. Faktorisieren, Substitution

$e^{2x}(e^{2x} + e^x - 6) = 0$	|	Faktorisieren
$e^{2x} = 0 \quad \mathbb{L} = \{\}$	|	1. Faktor
$e^{2x} + e^x - 6 = 0$	|	2. Faktor
Substitution:		
$e^x = z$		
$z^2 + z - 6 = 0$	|	quadratische Gleichung
$z_{1,2} = -0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25 + 6}$	|	p/q-Formel
$z_{1,2} = -0{,}5 \pm \sqrt{6{,}25} = -0{,}5 \pm 2{,}5$		
$z_1 = 2; \quad z_2 = -3$		
Resubstitution:		
$e^{x_1} = 2 \quad \Longrightarrow \quad x_1 ln(e) = ln(2) \quad \Longrightarrow \quad x_1 = ln(2)$		
$e^{x_2} = -3 \quad \Longrightarrow \quad \mathbb{L} = \{\}$		
$\mathbb{L} = \{ln\,(2)\}$		

Lösung M12

$(e^{2x} - 4) \cdot (e^x + 1) = 0$ Satz vom Nullprodukt

$e^{2x} - 4 = 0$	|	1. Faktor
$e^{2x} = 4$	|	ln
$2x = ln\,(4)$	|	$:2$
$x = \frac{1}{2} ln\,(4)$		
$e^x + 1 = 0$	|	2. Faktor
$e^x = -1 \quad \Longrightarrow \quad \mathbb{L} = \{\}$		
$\mathbb{L} = \left\{\frac{1}{2} ln\,(4)\right\}$		

Lösung M13

$(x^2 - 2) \cdot (e^x + 1) = 0$ Satz vom Nullprodukt

$(x^2 - 2) = 0$	|	$+2$
$x^2 = 2$	|	$\sqrt{}$
$x_1 = \sqrt{2}; \quad x_2 = -\sqrt{2}$		
$(e^x + 1) = 0 \rightarrow \mathbb{L} = \{\}$		
$\mathbb{L} = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$		