



### Aufgabe M01

Lösen Sie die Gleichung  $x^5 + 2x^3 - 3x = 0$ .  
(Quelle Landesbildungsserver BW)

### Aufgabe M02

Lösen Sie die Gleichung  $(2x^2 - 50) \cdot (e^{2x} - 7) = 0$ .  
(Quelle Landesbildungsserver BW)

### Aufgabe M03

Lösen Sie die Gleichung  $e^x + 3 - 10e^{-x} = 0$ .  
(Quelle Landesbildungsserver BW)

### Aufgabe M04

Lösen Sie die Gleichung  $(e^{-x} + 3)^2 = 4$   
(Quelle Landesbildungsserver BW)

### Aufgabe M05

Lösen Sie für  $0 \leq x \leq 2\pi$  die Gleichung  $(\sin(x))^2 - 2\sin(x) = 3$ .  
(Quelle Landesbildungsserver BW)

### Aufgabe M06

Lösen Sie die Gleichung  $\frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} = 1$ .  
(Quelle Landesbildungsserver BW)

### Aufgabe M07

Lösen Sie die Gleichung  $1 - \frac{5}{e^x} + \frac{4}{e^{2x}} = 0$ .  
(Quelle Landesbildungsserver BW)

### Aufgabe M08

Lösen Sie für  $0 \leq x \leq 2\pi$  die Gleichung  $\cos(x) \cdot (e^{-2x+1} + 1) = 0$ .  
(Quelle Landesbildungsserver BW)

### Aufgabe M09

Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung  $e^x + 24 \cdot e^{-x} = 11$ .

### Aufgabe M10

Lösen Sie für  $0 \leq x \leq 2\pi$  die Gleichung  $\sin^2(x) - \sin(x) = 0$ .

### Aufgabe M11

Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung  $e^{4x} + e^{3x} = 6 \cdot e^{2x}$ .

### Aufgabe M12

Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung  $(e^{2x} - 4) \cdot (e^x + 1) = 0$ .

### Aufgabe M13

Lösen Sie die Gleichung  $(x^2 - 2) \cdot (e^x + 1) = 0$ .  
(Quelle Landesbildungsserver BW)

### Lösung M01

$$x^5 + 2x^3 - 3x = 0$$

Ausklammern, biquadratische Gleichung

$$x \cdot (x^4 + 2x^2 - 3) = 0$$

| Faktorisieren, Satz vom Nullprodukt

$$x_1 = 0$$

$$x_{2,4}^2 = -1 \pm \sqrt{1+3} = -1 \pm 2$$

|  $p/q$ -Formel

$$x_2^2 = 1$$

|  $\sqrt{\quad}$

$$x_{2,3} = \pm 1$$

$$x_4^2 = -3 \Rightarrow \mathbb{L} = \{\}$$

$$\mathbb{L} = \{-1; 0; 1\}$$

### Lösung M02

$$(2x^2 - 50) \cdot (e^{2x} - 7) = 0$$

Satz vom Nullprodukt

$$2x^2 - 50 = 0$$

| 1. Faktor

$$x^2 = 25$$

|  $\sqrt{\quad}$

$$x_{1,2} = \pm 5$$

$$(e^{2x} - 7) = 0$$

| 2. Faktor

$$e^{2x} = 7$$

|  $\ln$

$$2x = \ln(7)$$

| :2

$$x_3 = \frac{1}{2} \cdot \ln(7)$$

$$\mathbb{L} = \left\{ -5; \frac{1}{2} \cdot \ln(7); 5 \right\}$$

### Lösung M03

$$e^x + 3 - 10e^{-x} = 0$$

Substitution, quadratische Gleichung

$$e^x + 3 - 10e^{-x} = 0$$

|  $\cdot e^x$

$$e^{2x} + 3e^x - 10 = 0$$

Substitution:

$$e^x = z$$

$$z^2 + 3z - 10 = 0$$

| quadratische Gleichung

$$z_{1,2} = -1,5 \pm \sqrt{2,25 + 10}$$

|  $p/q$ -Formel

$$z_{1,2} = -1,5 \pm \sqrt{12,25} = -1,5 \pm 3,5$$

$$z_1 = 2; z_2 = -5$$

Resubstitution:

$$e^{x_1} = 2 \Rightarrow x_1 \ln(e) = \ln(2) \Rightarrow x_1 = \ln(2)$$

$$e^{x_2} = -3 \Rightarrow \mathbb{L} = \{\}$$

$$\mathbb{L} = \{\ln(2)\}$$

### Lösung M04

$$(e^{-x} + 3)^2 = 4$$

Wurzel ziehen, Logarithmus

$$(e^{-x} + 3)^2 = 4$$

|  $\cdot \sqrt{\quad}$

$$e^{-x} + 3 = \pm 2$$

$$e^{-x_1} = -1 \Rightarrow \mathbb{L} = \{\}; \quad e^{-x_1} = -5 \Rightarrow \mathbb{L} = \{\};$$

Die Gleichung hat keine Lösung.

### Lösung M05

$$(\sin(x))^2 - 2 \sin(x) = 3$$

Substitution / Resubstitution

Substitution:

$$\sin(x) = z$$

$$z^2 - 2z - 3 = 0$$

$$z_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+3}$$

$$z_{1,2} = 1 \pm \sqrt{4} = 1 \pm 2$$

$$z_1 = 3; z_2 = -1$$

Resubstitution:

$$\sin(x_1) = 3 \Rightarrow \mathbb{L} = \{\}$$

$$\sin(x_2) = -1 \Rightarrow x_2 = \frac{3}{2}\pi$$

$$\mathbb{L} = \left\{ \frac{3}{2}\pi \right\}$$

| quadratische Gleichung

| p/q-Formel

| einzige Lösung im Intervall  $0 \leq x \leq 2\pi$

### Lösung M06

$$\frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} = 1$$

| Nennerbeseitigung, quadratische Gleichung

$$\frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} = 1$$

$$2 + x = x^2$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$x_{1,2} = 0,5 \pm \sqrt{0,25 + 2}$$

$$x_{1,2} = 0,5 \pm \sqrt{2,25} = 0,5 \pm 1,5$$

$$x_1 = 2; x_2 = -1$$

$$\mathbb{L} = \{-1; 2\}$$

|  $\cdot x^2$

|  $-x - 2$

| quadratische Gleichung

| p/q-Formel

### Lösung M07

$$1 - \frac{5}{e^x} + \frac{4}{e^{2x}} = 0$$

| Nennerbeseitigung, Substitution

$$1 - \frac{5}{e^x} + \frac{4}{e^{2x}} = 0$$

$$e^{2x} - 5e^x + 4 = 0$$

Substitution:

$$e^x = z$$

$$z^2 - 5z + 4 = 0$$

$$z_{1,2} = 2,5 \pm \sqrt{6,25 - 4}$$

$$z_{1,2} = 2,5 \pm \sqrt{2,25} = 2,5 \pm 1,5$$

$$z_1 = 4; z_2 = 1$$

Resubstitution:

$$e^{x_1} = 4 \Rightarrow x_1 \ln(e) = \ln(4) \Rightarrow x_1 = \ln(4)$$

$$e^{x_2} = 1 \Rightarrow x_2 = 0$$

$$\mathbb{L} = \{0; \ln(4)\}$$

|  $\cdot e^{2x}$

| quadratische Gleichung

| p/q-Formel

### Lösung M08

$$\cos(x) \cdot (e^{-2x+1} + 1) = 0$$

Satz vom Nullprodukt

---


$$\cos(x) = 0$$

| 1. Faktor

$$x_1 = \frac{\pi}{2}; \quad x_2 = \frac{3}{2}\pi$$

$$e^{-2x+1} + 1 = 0$$

| 2. Faktor

$$e^{-2x+1} = -1 \Rightarrow \mathbb{L} = \{\}$$

$$\mathbb{L} = \left\{ \frac{\pi}{2}; \frac{3}{2}\pi \right\}$$

### Lösung M09

$$e^x + 24 \cdot e^{-x} = 11$$

Substitution

---


$$e^x + 24 \cdot e^{-x} = 11$$

|  $\cdot e^x$

$$e^{2x} + 24 = 11e^x$$

$$e^{2x} - 11e^x + 24 = 0$$

Substitution:

$$e^x = z$$

$$z^2 - 11z + 24 = 0$$

| quadratische Gleichung

$$z_{1,2} = 5,5 \pm \sqrt{30,25 - 24}$$

| p/q-Formel

$$z_{1,2} = 5,5 \pm \sqrt{6,25} = 5,5 \pm 2,5$$

$$z_1 = 8; \quad z_2 = 3$$

Resubstitution:

$$e^{x_1} = 8 \Rightarrow x_1 \ln(e) = \ln(8) \Rightarrow x_1 = \ln(8)$$

$$e^{x_2} = 3 \Rightarrow x_2 \ln(e) = \ln(3) \Rightarrow x_2 = \ln(3)$$

$$\mathbb{L} = \{\ln(3); \ln(8)\}$$

### Lösung M10

$$\sin^2(x) - \sin(x) = 0$$

Faktorisieren, Satz vom Nullprodukt

---


$$\sin(x) \cdot (\sin(x) - 1) = 0$$

| Faktorisierung

$$\sin(x) = 0$$

| 1. Faktor

$$x_1 = 0; \quad x_2 = \pi; \quad x_3 = 2\pi$$

$$\sin(x) - 1 = 0$$

| 2. Faktor

$$\sin(x) = 1$$

$$x_4 = \frac{\pi}{2}$$

$$\mathbb{L} = \left\{ 0; \frac{\pi}{2}; \pi; 2\pi \right\}$$

### Lösung M11

$$e^{4x} + e^{3x} = 6 \cdot e^{2x}$$

Faktorisieren, Substitution

---


$$e^{2x}(e^{2x} + e^x - 6) = 0$$

| Faktorisieren

$$e^{2x} = 0 \quad \mathbb{L} = \{\}$$

| 1. Faktor

$$e^{2x} + e^x - 6 = 0$$

| 2. Faktor

Substitution:

$$e^x = z$$

$$z^2 + z - 6 = 0$$

| quadratische Gleichung

$$z_{1,2} = -0,5 \pm \sqrt{0,25 + 6}$$

| p/q-Formel

$$z_{1,2} = -0,5 \pm \sqrt{6,25} = -0,5 \pm 2,5$$

$$z_1 = 2; \quad z_2 = -3$$

Resubstitution:

$$e^{x_1} = 2 \quad \Rightarrow \quad x_1 \ln(e) = \ln(2) \quad \Rightarrow \quad x_1 = \ln(2)$$

$$e^{x_2} = -3 \quad \Rightarrow \quad \mathbb{L} = \{\}$$

$$\mathbb{L} = \{\ln(2)\}$$

### Lösung M12

$$(e^{2x} - 4) \cdot (e^x + 1) = 0$$

Satz vom Nullprodukt

---


$$e^{2x} - 4 = 0$$

| 1. Faktor

$$e^{2x} = 4$$

|  $\ln$

$$2x = \ln(4)$$

| :2

$$x = \frac{1}{2} \ln(4)$$

$$e^x + 1 = 0$$

| 2. Faktor

$$e^x = -1 \quad \Rightarrow \quad \mathbb{L} = \{\}$$

$$\mathbb{L} = \left\{ \frac{1}{2} \ln(4) \right\}$$

### Lösung M13

$$(x^2 - 2) \cdot (e^x + 1) = 0$$

Satz vom Nullprodukt

---


$$(x^2 - 2) = 0$$

| +2

$$x^2 = 2$$

|  $\sqrt{\quad}$

$$x_1 = \sqrt{2}; \quad x_2 = -\sqrt{2}$$

$$(e^x + 1) = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbb{L} = \{\}$$

$$\mathbb{L} = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$$