Abituraufgaben allg. bildendes Gymnasium Pflichtteil 2019 Nachtermin BW

Lösung A1

$f(x) = (sin(x) + 3)^8$ Potenz- und Kettenregel erforderlich

$f'(x) = 8(sin(x) + 3)^7 \cdot cos\,(x)$

Lösung A2

$f(x) = \frac{1}{3x+1} + 5;\ \ x > 0$

$F(x) = \frac{1}{3}ln(|3x + 1|) + 5x$

Lösung A3

Lösungslogik

Wegen ganzrationaler Funktion 3. Grades benötigen wir 4 Bedingungen, die wir aus dem Aufgabentext herleiten müssen.

Klausuraufschrieb

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$
$f''(x) = 6ax + 2b$

Bedingungen aus Aufgabentext:

$f(0) = 0$	|	Punktprobe mit Ursprung
$f'(0) = 0$	|	Hochpunkt im Ursprung
$f(1) = -2$	|	Punktprobe mit Wendepunkt
$f''(1) = 0$	|	Bedingung für Wendepunkt

Aus $f(0) = 0$ folgt $d = 0$.
Aus $f'(0) = 0$ folgt $c = 0$.

(1) $a + b = -2$ | von $f(1) = -2$ $\cdot 2$
(2) $6a + 2b = 0$ | von $f''(1) = 0$
(1) $2a + 2b = -4$
(2) $6a + 2b = 0$
(2)-(1) $4a = 4$ ➔ $a = 1$
$a \rightarrow (1)$ $1 + b = -2$ ➔ $b = -3$

Die Funktionsgleichung lautet somit: $f(x) = x^3 - 3x^2$

Lösung A4

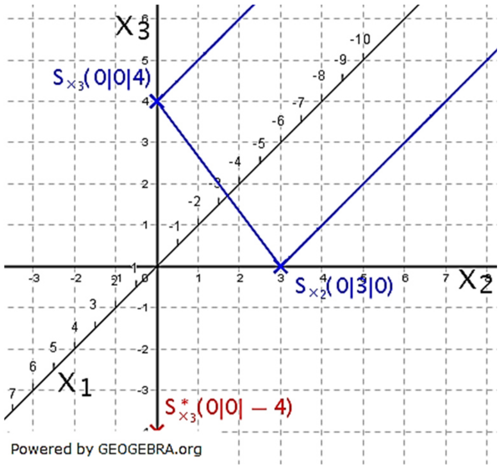
a) (1) Die Aussage ist falsch. f hat bei etwa $x_0 = -0{,}3$ eine Nullstelle mit VZW von „–„ nach „+“. Damit hat F an dieser Stelle einen Tiefpunkt.
(2) Die Aussage ist richtig. $f(4) = 2$ (aus Grafik abgelesen). Bei $x_0 = 2$ hat f negative Steigung, also $f'(2) < 0$.

b) $g(x) = x^2 \cdot f(x)$
Für $g'(x)$ wird Produktregel benötigt.
$u = x^2$ $u' = 2x$
$v = f(x)$ $v' = f'(x)$
$g'(x) = 2x \cdot f(x) + x^2 \cdot f'(x)$
$f(1) = 2;\ \ f'(1) = 0$
$g'(1) = 2 \cdot 1 \cdot 2 + 1^2 \cdot 0 = 4$

Lösung A5

$E\colon\ 4x_2 + 3x_3 = 12$

a) Bestimmung der Spurpunkte:
$S_{x_2}(0|3|0)$; $S_{x_3}(,|0|4)$
Wegen fehlendem Spurpunkt S_{x_1} verläuft die Ebene parallel zur x_1-Achse.
Zeichnung siehe Grafik rechts.



b) Spiegelebene F:
Der Spurpunkt S_{x_2} liegt bereits in der x_1x_2-Ebene, kann somit nicht gespiegelt werden. Der Spiegelpunkt von S_{x_3} ist $S^*_{x3}(0|0|-4)$.
Ein Spurpunkt ist nach wie vor nicht vorhanden.
Ebenengleichung F:
$F\colon\ \frac{x_2}{3} - \frac{x_3}{4} = 1$ | Achsenabschnittsform; $\cdot 12$
$F\colon\ 4x_2 - 3x_3 = 12$

Lösung A6

a) Aufstellung Gerade h:

$$h\colon\ \vec{x} = \overrightarrow{OP} + r \cdot \overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix}5\\4\\3\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}-4\\-1\\1\end{pmatrix}$$

Wegen $\begin{pmatrix}4\\5\\-5\end{pmatrix} \neq v \cdot \begin{pmatrix}-4\\-1\\1\end{pmatrix}$ sind g und h entweder windschief oder schneiden sich.

Prüfung auf Schnittpunkt:
$g \cap h$:

$$\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix}4\\5\\-5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4\\4\\3\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}-4\\-1\\1\end{pmatrix} \quad \Big| \quad -r \cdot \begin{pmatrix}-4\\-1\\1\end{pmatrix};\ -\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$$

$$t \cdot \begin{pmatrix}4\\5\\-5\end{pmatrix} - r \cdot \begin{pmatrix}-4\\-1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4\\4\\3\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$$

$$t \cdot \begin{pmatrix}4\\5\\-5\end{pmatrix} - r \cdot \begin{pmatrix}-4\\-1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\3\\1\end{pmatrix}$$

(1) $4t + 4r = 3$
(2) $5t + r = 3$
(3) $\underline{-5t - r = 1}$
(2)+(3) $0 \neq 4$

Aus (2)+(3) folgt: Die beiden Geraden sind windschief.

b) Rechtwinkligkeit des Dreiecks PQR bei P:

$\overrightarrow{QP} = \begin{pmatrix} 5-1 \\ 4-3 \\ 3-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{RP} = \begin{pmatrix} 5-6 \\ 4-0 \\ 3-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{QP} \circ \overrightarrow{RP} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} = -4 + 4 = 0$

Wegen $\overrightarrow{QP} \circ \overrightarrow{RP} = 0$ ist das Dreieck PQR bei P rechtwinklig.

c) *Ergänzungspunkt des Dreiecks PQR zu einem Rechteck:*
Wegen Rechtwinkligkeit bei P liegt der Punkt S diagonal zu P, sodass gilt:

$\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{PR}$

$\overrightarrow{OS} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$

Der Ergänzungspunkt hat die Koordinaten $S(2|-1|4)$.

Lösung A7

a) Abbildung 1 zeigt einen Stichprobenumfang von $k = 16$. Laut Aufgabenstellung ist $k = 12$.
Die Summe der abgebildeten Wahrscheinlichkeiten bei Abbildung 3 ist größer als 1.

b) Aus Abbildung 2 geht hervor: $\mu = n \cdot p = 8$
Mit $n = 12$ ergibt sich $p = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.
Von 15 Kugeln sind $\frac{2}{3}$ Kugel rot, also somit 10 rote Kugeln.