Lösung A1

$f(x) = x^4 \cdot sin\,(3x)$ Produkt- und Kettenregel erforderlich

---

$f'(u \cdot v) = u'v + v'u$
$u = x^4$ $u' = 4x^3$
$v = sin\,(3x)$ $v' = 3cos\,(3x)$
$f'(x) = 4x^3 \cdot sin(3x) + 3x^4 \cdot cos\,(3x)$

Lösung A2

$f(x) = \sqrt{4x-7} = (4x-7)^{\frac{1}{2}}$ Potenzregel erforderlich

---

$F(x) = \frac{(4x-7)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2} \cdot 4} + C = \frac{1}{6}\sqrt{(4x-7)^3} + C$
$F(2) = 1$
$1 = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{(4 \cdot 2 - 7)^3} + C$
$6 = \sqrt{1^3} + C$
$C = 5$
$F(x) = \frac{1}{6}\sqrt{(4x-7)^3} + 5$

Lösung A3

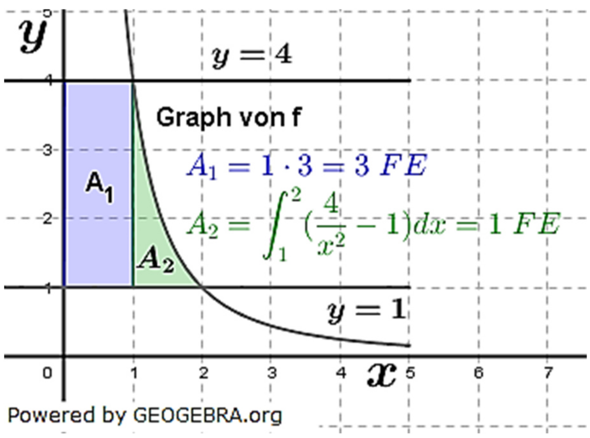
$(x^2 + 8) \cdot (e^{x-1} - 1) = 0$ Satz vom Nullprodukt

$x^2 + 8 = 0$ | Satz vom Nullprodukt
$x^2 = -8 \;==> \;\mathbb{L}\{\}$ | keine Lösung
$e^{x-1} - 1 = 0$ | Satz vom Nullprodukt
$e^{x-1} = 1$
$x = 1$, denn $e^{1-1} = e^0 = 1$
$\mathbb{L} = \{1\}$

Lösung A4

Lösungslogik

Wir müssen die gesuchte Fläche aufteilen in ein Rechteck (blaue Fläche) sowie in die Fläche zwischen den Funktionen f und $y = 1$ im Intervall von 1 bis 2 (grüne Fläche).
Die Fläche A_1 erhalten wir als Rechteckfläche, die Fläche A_2 über das Integral zwischen oberer Kurve und unterer Kurve im Intervall $I = [1;2]$.



Klausuraufschrieb

$A = A_1 + A_2$
A_1: $A_1 = 1 \cdot 3 = 3\,FE$
A_2: $A_2 = \int_1^2 \left(\frac{4}{x^2} - 1\right) dx = \int_1^2 (4 \cdot x^{-2} - 1)\,dx = [-4 \cdot x^{-1} - x]_1^2 = \left[-\frac{4}{x} - x\right]_1^2$
$= -2 - 2 - (-4 - 1) = 1$
$A = A_1 + A_2 = 3 + 1 = 4$
Die Fläche ist $4\,FE$ groß.

Lösung A05/2020

a) Nullstellen von f:
$x_1 = 1;\ \ x_2 = 3$

b) $\int_1^2 f(x)\,dx = F(2) - F(1) = 1 - 3 = -2$

c) Die Funktion f ist streng monoton fallend, wenn $f'(x) < 0$ ist für $0{,}5 \le x \le 1{,}5$.
Wegen $F''(x) = f'(x)$ ist zu begründen, dass $F''(x) < 0$ ist für $0{,}5 \le x \le 1{,}5$.
Dies ist dann der Fall, wenn das Schaubild von F rechtgekrümmt ist.
Dies ist in dem Intervall $0{,}5 \le x \le 1{,}5$ der Fall.

Lösung A6

Lösungslogik

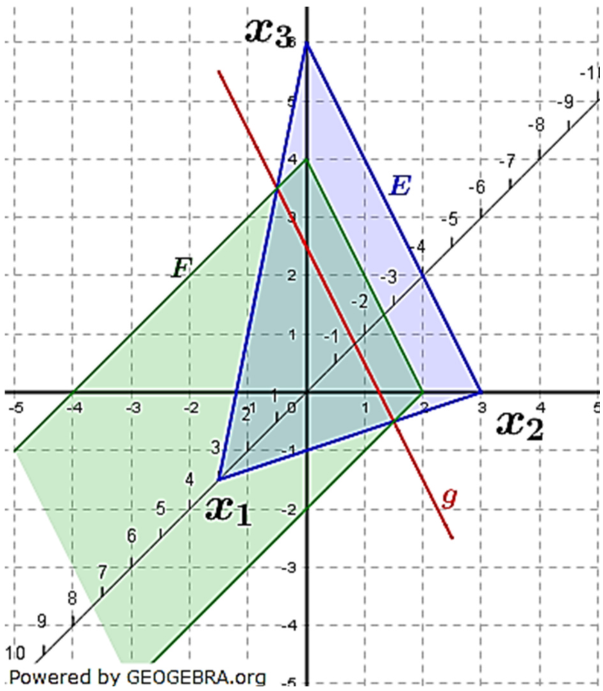
a) Wir berechnen die Spurpunkte von E und F und zeichnen die Ebenen.

b) Wir bilden $E \cap F$. Im Gleichungssystem mit drei Unbekannten und zwei Gleichungen wählen wir einen Parameter frei, um zur Parametergleichung der Schnittgeraden zu gelangen.

c) Abstand des Punktes $O(0|0|0)$ von der Ebene E über die HNF.

Klausuraufschrieb

a) Spurpunkte von E:
$Sx_{1_E}(3|0|0);\ \ Sx_{2_E}(0|3|0);\ \ Sx_{3_E}(0|0|6)$
Spurpunkte von F:
$Sx_{2_F}(0|2|0);\ \ Sx_{3_F}(0|0|4)$
Grafik: siehe rechts.



b) $E \cap F$

I) $2x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$
II) $2x_2 + x_3 = 4$
$x_3 = t$.
II) $2x_2 + t = 4 \implies x_2 = 2 - \frac{1}{2}t$
I) $2x_1 + 2(2 - \frac{1}{2}t) + t = 6$
$2x_1 + 4 - t + t = 6$
$2x_1 = 2 \implies x_1 = 1$

$$g\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 - \frac{1}{2}t \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

c) $d(0;E) = \frac{|2\cdot 0 + 2\cdot 0 + 0 - 6|}{\sqrt{4+4+1}} = |-2| = 2$
Der Abstand des Punktes $O(0|0|0)$ zur Ebene E beträgt $2\,LE$.

Lösung A7

Lösungslogik

Die Geradengleichung hat den Normalenvektor der Ebene als Richtungsvektor (wegen Orthogonalität).
Der Aufpunkt ist der noch zu bestimmende Schnittpunkt mit der x_1-Achse $Q(q_1|0|0)$.
Dieser Punkt muss den Abstand 3 zum Punkt $P(0|2|1)$ haben.
Berechnung über den Satz des Pythagoras im Raum.

Klausuraufschrieb

g: $\quad \vec{x} = \overrightarrow{OQ} + s \cdot \overrightarrow{n_E}$ mit $\overrightarrow{OQ} = \begin{pmatrix} q_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{n_E} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

q_1: $\quad \sqrt{(q_1 - 0)^2 + (0-2)^2 + (0-1)^2} = 3$

$\sqrt{q_1^2 + 4 + 1} = 3 \quad | \quad ^2$

$q_1^2 + 5 = 9 \quad | \quad -5$

$q_1^2 = 4$

$q_{1_{1,2}} = \pm 2$

g: $\quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ alternativ $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

Lösung A8

Beim Spiel handelt es sich um Ziehen ohne Zurücklegen.

$P(s) = \frac{2}{6}$; $\ P(r) = \frac{4}{6}$ jeweils im ersten Zug.

A: „Anna gewinnt das Spiel in der ersten Runde".

$S(A) = \{\bar{s}s, s\bar{s}, ss\}$

$P(A) = P(\bar{s}s, s\bar{s}, ss) = 1 - P(\overline{ss}) = 1 - \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} = 60\,\%$.

B: „Anna gewinnt das Spiel".

Anna gewinnt entweder in der ersten oder in der ersten Runde nicht und in der zweiten Runde.

In der zweiten Runde sind nur noch zwei rote und 2 schwarze Karten im Spiel.

Es sei C: „Bernd gewinnt das Spiel".

$S(C) = \{\bar{s}s, s\bar{s}, ss\}$

$P(C) = P(\bar{s}s, s\bar{s}, ss) = 1 - P(\overline{ss}) = 1 - \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

$P(\overline{C}) = \frac{1}{6}$

$P(B) = P(A) + P(\overline{A} \cap \overline{C}) = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$