Aufgabe M02-A1

Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = (x^2 - 3) \cdot sin(3x)$.
(Quelle Landesbildungsserver BW)

Aufgabe M02-A2

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{x^2} + x$.
Bestimmen Sie diejenige Stammfunktion F von f, deren Schaubild den Punkt $P(1|0)$ enthält.
(Quelle Landesbildungsserver BW)

Aufgabe M02-A3

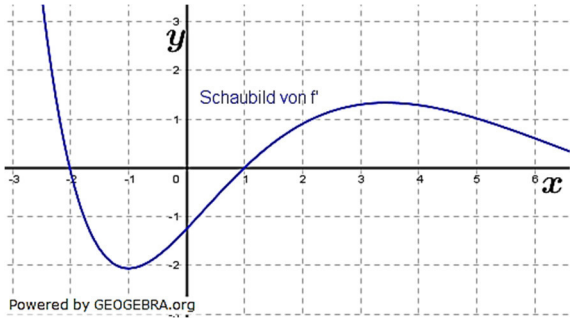
Lösen Sie die Gleichung $(2x^2 - 50) \cdot (e^{2x} - 7) = 0$.
(Quelle Landesbildungsserver BW)

Aufgabe M02-A4

Bestimmen Sie den Wendepunkt der Funktion f mit $f(x) = (x - 1) \cdot e^x$.
(Quelle Landesbildungsserver BW)

Aufgabe M02-A5

Die Abbildung zeigt das Schaubild der Ableitung f' einer Funktion f.



a) Begründen Sie, welche Aussagen man in dem dargestellten Bereich hinsichtlich der Anzahl der
   - Extremstellen,
   - Wendestellen und
   - Nullstellen

   von f treffen kann.

b) Begründen Sie, dass $\int_{-2}^{3} f'(x)\,dx < 0$ gilt.

(Quelle Landesbildungsserver BW)

Aufgabe M02-A6

Stellen Sie den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 14 \\ -5 \\ 7 \end{pmatrix}$ als Linearkombination der drei Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ dar.
(Quelle Landungsbildungsserver BW)

Aufgabe M02-A7

Ein Biathlet trifft erfahrungsgemäß bei $80\ \%$ seiner Schüsse die Scheibe.

a) Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit er bei drei Schüssen
- nur den mit dem ersten Schuss
- mindestens einen Schuss

trifft.

b) Für ein Ereignis A gilt: $P(A) = \binom{10}{a} \cdot b^7 \cdot 0{,}2^c$.

Geben Sie geeignete Werte für a, b und c an. Beschreiben Sie das Ereignis A in Worten.

(Quelle Landesbildungsserver BW)

Aufgabe M02-A8

Gegeben ist eine Ebene E. Gesucht ist eine zu E parallele Ebene F im Abstand 3. Beschreiben Sie ein Verfahren, mit dem man eine Gleichung der Ebene F bestimmen kann.

(Quelle Landesbildungsserver BW)

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung M02-A1

$f(x) = (x^2 - 3) \cdot sin(3x)$ Produktregel erforderlich

$f'(u \cdot v) = u'v + v'u$

$u = x^2 - 3$ $u' = 2x$

$v = sin(3x)$ $v' = 3cos(3x)$

$f'(x) = 2x \cdot sin(3x) + 3cos(3x) \cdot (x^2 - 3)$

Lösung M02-A2

$f(x) = \frac{1}{x^2} + x$ Summenregel, Potenzregel

$F(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2}x^2 + C$

$0 = -1 + \frac{1}{2} + C$ | Punktprobe mit $P(1|0)$

$F(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$

Lösung M02-A3

$(2x^2 - 50) \cdot (e^{2x} - 7) = 0$ Satz vom Nullprodukt

$2x^2 - 50 = 0$ | 1. Faktor

$x^2 = 25$ | $\sqrt{}$

$x_{1,2} = \pm 5$

$(e^{2x} - 7) = 0$ | 2. Faktor

$e^{2x} = 7$ | ln

$2x = ln(7)$ | $:2$

$x_3 = \frac{1}{2} \cdot ln(7)$

$\mathbb{L} = \left\{-5; \frac{1}{2} \cdot ln(7); 5\right\}$

Lösung M02-A4

Lösungslogik

Berechnung des Wendepunktes über $f''(x) = 0$ und Prüfung, dass $f'''(x) \neq 0$ ist. Ein Punkt hat stets zwei Koordinaten, sodass wir abschließend noch $f(x)$ bilden müssen.

Klausuraufschrieb

$f(x) = (x - 1) \cdot e^x$ Produktregel erforderlich

$u = x - 1$ $u' = 1$

$v = e^x$ $v' = e^x$

$f'(x) = e^x + (x - 1) \cdot e^x$

$f'(x) = x \cdot e^x$

$f''(x) = e^x + x \cdot e^x = e^x \cdot (1 + x)$

$f'''(x) = e^x + e^x + x \cdot e^x = e^x \cdot (x + 2)$

$f''(x) = 0$:

$e^x \cdot (1 + x) = 0$ | Satz vom Nullprodukt

$e^x = 0$ => $\mathbb{L} = \{\}$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

$(1+x)=0 \;=>\; x=-1$

$f'''(-1)=e^{-1}(-1+2)>0$

$f(-1)=-2\cdot e^{-1}=-\frac{2}{e}$

Der Wendepunkt hat die Koordinaten $WP\left(-1\middle|-\frac{2}{e}\right)$.

Lösung M02-A5

a) Das Schaubild von f hat im dargestellten Bereich zwei Extremstellen, da f' zwei Nullstellen mit VZW aufweist.
Das Schaubild von f hat im dargestellten Bereich zwei Wendestellen, da f' zwei Extremstellen aufweist.
Über Nullstellen von f kann keine Aussage getroffen werden, weil jede Funktion h mit $h(x)=f(x)+C$ eine Stammfunktion von f' ist

b) $\int_{-2}^{3} f'(x)\,dx<0$.
Die unterhalb der x-Achse liegende Fläche zwischen dem Schaubild von f' und der x-Achse über dem Intervall $[-2;1]$ hat einen deutlich größeren Flächeninhalt als die über der x-Achse liegende Fläche über dem Intervall $[1;3]$. Da die unterhalb liegende Fläche ein negatives Integral besitzt, ist die Ungleichung richtig.

Lösung M02-A6

Lösungslogik

Wir stellen die Linearkombination $r\cdot\vec{a}+s\cdot\vec{b}+t\cdot\vec{c}=\vec{v}$ und lösen das entstehende Gleichungssystem nach r, s und t auf.

Klausuraufschrieb

$r\cdot\vec{a}+s\cdot\vec{b}+t\cdot\vec{c}=\vec{v}$

$$r\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\3\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}-1\\3\\7\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}5\\-2\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}14\\-5\\7\end{pmatrix}$$

Gauß-Schema					
Nr.	r	s	t	$=$	Operation
I	0	-1	5	14	
II	1	3	-2	-5	$II-2\cdot I$
III	3	7	2	7	$III-4\cdot I$

Wegen der Null in der ersten Spalte der ersten Zeile vertauschen wir die Zeile I mit der Zeile III.

Nr.	r	s	t	$=$	Operation
I	3	7	2	7	
II	1	3	-2	-5	$3\cdot II-I$
III	0	-1	5	14	

Nr.	r	s	t	$=$	Operation
I	3	7	2	7	
II‘	0	2	-8	-22	
III	0	-1	5	14	$2\cdot III+II'$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Nr.	r	s	t	$=$	Operation
I	3	7	2	7	
II'	0	2	-8	-22	
III	0	0	2	6	

Die untere Dreiecksmatrix ist erstellt, wir lesen die Ergebnisse ab:

$$2t = 6 \quad \Rightarrow \quad t = 3$$
$$2s - 8 \cdot 3 = -22 \quad \Rightarrow \quad s = 1$$
$$3r + 7 \cdot 1 + 2 \cdot 3 = 7 \quad \Rightarrow \quad r = -2$$

$$-2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ -5 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Lösung M02-A7

Bernoulliexperiment mit Stichprobenumfang $n = 3$ und Wahrscheinlichkeit für Erfolg von $p = 0{,}8$.

a) A: „Der Biathlet trifft nur beim ersten Schuss."
$P(A) = 0{,}8 \cdot 0{,}2^2 = 0{,}032$
Der Biathlet trifft mit $3{,}2\ \%$ *nur beim ersten Schuss.*
B: „Der Biathlet trifft mit mindestens einem Schuss."
Gegenereignis:
$\overline{B}$: „Der Biathlet trifft kein einziges mal."
$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - 0{,}2^3 = 1 - 0{,}008 = 0{,}992$
Der Biathlet trifft mit $99{,}2\ \%$ *mindestens einmal.*

b) $P(A) = \binom{10}{a} \cdot b^7 \cdot 0{,}2^c$
$a = 7;\ \ b = 0{,}8;\ \ c = 3$
Das Ereignis beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass bei $n = 10$ *Versuchen bei* $b = p = 0{,}8$ *Trefferwahrscheinlichkeit der Erfolg genau* $a = k = 7$ *Mal eintritt.*

Lösung M02-A8

- Man wählt einen beliebigen Punkt P auf E
- Man bestimmt den Einheitsvektor des Normalenvektors $\frac{1}{|\vec{n}|} \cdot \vec{n}$.
- Man bestimmt einen Punkt Q und R mit Abstand 3 zu P über:
  $\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OP} + \frac{3}{|\vec{n}|} \cdot \vec{n}$ bzw. $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OP} - \frac{3}{|\vec{n}|} \cdot \vec{n}$
- Damit erhält man die Normalengleichung(en) für die gesuchte(n) Ebene(n)
  $F_1: (\vec{x} - \overrightarrow{OQ}) \circ \vec{n} = 0$ bzw. $F_2: (\vec{x} - \overrightarrow{OR}) \circ \vec{n} = 0$.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de