

Lösung M02-A1

$$f(x) = (x^2 - 3) \cdot \sin(3x) \quad \text{Produktregel erforderlich}$$

$$f'(u \cdot v) = u'v + v'u$$

$$u = x^2 - 3 \quad u' = 2x$$

$$v = \sin(3x) \quad v' = 3\cos(3x)$$

$$f'(x) = 2x \cdot \sin(3x) + 3\cos(3x) \cdot (x^2 - 3)$$

Lösung M02-A2

$$f(x) = \frac{1}{x^2} + x \quad \text{Summenregel, Potenzregel}$$

$$F(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2}x^2 + C$$

$$0 = -1 + \frac{1}{2} + C$$

| Punktprobe mit $P(1|0)$

$$F(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$$

Lösung M02-A3

$$(2x^2 - 50) \cdot (e^{2x} - 7) = 0 \quad \text{Satz vom Nullprodukt}$$

$$2x^2 - 50 = 0$$

| 1. Faktor

$$x^2 = 25$$

| $\sqrt{\quad}$

$$x_{1,2} = \pm 5$$

$$(e^{2x} - 7) = 0$$

| 2. Faktor

$$e^{2x} = 7$$

| $\ln$

$$2x = \ln(7)$$

| :2

$$x_3 = \frac{1}{2} \cdot \ln(7)$$

$$\mathbb{L} = \left\{ -5; \frac{1}{2} \cdot \ln(7); 5 \right\}$$

Lösung M02-A4

Lösungslogik

Berechnung des Wendepunktes über $f''(x) = 0$ und Prüfung, dass $f'''(x) \neq 0$ ist. Ein Punkt hat stets zwei Koordinaten, sodass wir abschließend noch $f(x)$ bilden müssen.

Klausuraufschrieb

$$f(x) = (x - 1) \cdot e^x$$

Produktregel erforderlich

$$u = x - 1$$

$$u' = 1$$

$$v = e^x$$

$$v' = e^x$$

$$f'(x) = e^x + (x - 1) \cdot e^x$$

$$f'(x) = x \cdot e^x$$

$$f''(x) = e^x + x \cdot e^x = e^x \cdot (1 + x)$$

$$f'''(x) = e^x + e^x + x \cdot e^x = e^x \cdot (x + 2)$$

$$f''(x) = 0:$$

$$e^x \cdot (1 + x) = 0$$

| Satz vom Nullprodukt

$$e^x = 0 \Rightarrow \mathbb{L} = \{\}$$

Abitur-Musteraufgaben allg. bildendes Gymnasium Pflichtteil Satz 02

$$(1+x) = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$f'''(-1) = e^{-1}(-1+2) > 0$$

$$f(-1) = -2 \cdot e^{-1} = -\frac{2}{e}$$

Der Wendepunkt hat die Koordinaten $WP\left(-1 \mid -\frac{2}{e}\right)$.

Lösung M02-A5

a) Das Schaubild von f hat im dargestellten Bereich zwei Extremstellen, da f' zwei Nullstellen mit VZW aufweist.

Das Schaubild von f hat im dargestellten Bereich zwei Wendestellen, da f' zwei Extremstellen aufweist.

Über Nullstellen von f kann keine Aussage getroffen werden, weil jede Funktion h mit $h(x) = f(x) + C$ eine Stammfunktion von f' ist

b) $\int_{-2}^3 f'(x) dx < 0$.

Die unterhalb der x -Achse liegende Fläche zwischen dem Schaubild von f' und der x -Achse über dem Intervall $[-2; 1]$ hat einen deutlich größeren Flächeninhalt als die über der x -Achse liegende Fläche über dem Intervall $[1; 3]$. Da die unterhalb liegende Fläche ein negatives Integral besitzt, ist die Ungleichung richtig.

Lösung M02-A6

Lösungslogik

Wir stellen die Linearkombination $r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c} = \vec{v}$ und lösen das entstehende Gleichungssystem nach r , s und t auf.

Klausuraufschrieb

$$r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c} = \vec{v}$$

$$r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ -5 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Gauß-Schema					
Nr.	r	s	t	=	Operation
I	0	-1	5	14	
II	1	3	-2	-5	$II - 2 \cdot I$
III	3	7	2	7	$III - 4 \cdot I$

Wegen der Null in der ersten Spalte der ersten Zeile vertauschen wir die Zeile I mit der Zeile III.

Nr.	r	s	t	=	Operation
I	3	7	2	7	
II	1	3	-2	-5	$3 \cdot II - I$
III	0	-1	5	14	

Nr.	r	s	t	=	Operation
I	3	7	2	7	
II'	0	2	-8	-22	
III	0	-1	5	14	$2 \cdot III + II'$

Nr.	r	s	t	=	Operation
I	3	7	2	7	
II'	0	2	-8	-22	
III	0	0	2	6	

Die untere Dreiecksmatrix ist erstellt, wir lesen die Ergebnisse ab:

$$2t = 6 \Rightarrow t = 3$$

$$2s - 8 \cdot 3 = -22 \Rightarrow s = 1$$

$$3r + 7 \cdot 1 + 2 \cdot 3 = 7 \Rightarrow r = -2$$

$$-2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ -5 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Lösung M02-A7

Bernoulliexperiment mit Stichprobenumfang $n = 3$ und Wahrscheinlichkeit für Erfolg von $p = 0,8$.

a) A: „Der Biathlet trifft nur beim ersten Schuss.“

$$P(A) = 0,8 \cdot 0,2^2 = 0,032$$

Der Biathlet trifft mit 3,2 % nur beim ersten Schuss.

B: „Der Biathlet trifft mit mindestens einem Schuss.“

Gegenereignis:

$\bar{B}$: „Der Biathlet trifft kein einziges mal.“

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - 0,2^3 = 1 - 0,008 = 0,992$$

Der Biathlet trifft mit 99,2 % mindestens einmal.

b) $P(A) = \binom{10}{a} \cdot b^7 \cdot 0,2^c$

$$a = 7; b = 0,8; c = 3$$

Das Ereignis beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass bei $n = 10$ Versuchen bei $b = p = 0,8$ Trefferwahrscheinlichkeit der Erfolg genau $a = k = 7$ Mal eintritt.

Lösung M02-A8

- Man wählt einen beliebigen Punkt P auf E
- Man bestimmt den Einheitsvektor des Normalenvektors $\frac{1}{|\vec{n}|} \cdot \vec{n}$.
- Man bestimmt einen Punkt Q und R mit Abstand 3 zu P über:
 $\vec{OQ} = \vec{OP} + \frac{3}{|\vec{n}|} \cdot \vec{n}$ bzw. $\vec{OR} = \vec{OP} - \frac{3}{|\vec{n}|} \cdot \vec{n}$
- Damit erhält man die Normalengleichung(en) für die gesuchte(n) Ebene(n)
 $F_1: (\vec{x} - \vec{OQ}) \circ \vec{n} = 0$ bzw. $F_2: (\vec{x} - \vec{OR}) \circ \vec{n} = 0$.