

Lösung M03-A1

$$f(x) = (3 - e^{-2x})^3 \quad \text{Kettenregel erforderlich}$$

$$\begin{aligned} f'(u \circ v) &= v'(u(x)) \cdot u'(x) \\ u &= 3 - e^{-2x} & u' &= 2e^{-2x} \\ v(u(x)) &= u^3 & v'(u(x)) &= 3u^2 \\ f'(x) &= 3(3 - e^{-2x})^2 \cdot 2e^{-2x} = 6e^{-2x}(3 - e^{-2x})^2 \end{aligned}$$

Lösung M03-A2

$$F(x) = \ln(1 + x^2) \text{ Stammfunktion von } f(x) = 2 \cdot \frac{x}{1+x^2}$$

Hinweis:

Zur Integralbildung von $f(x)$ ist nicht-lineare Substitution erforderlich. Da dies nicht zum Lehrumfang der Kursstufe gehört, kann der Nachweis nur durch die erste Ableitung von $F(x)$ erbracht werden.

$$F'(x) = \frac{1}{1+x^2} \cdot 2x = 2 \cdot \frac{x}{1+x^2} = f(x) \quad \textbf{q.e.d.}$$

Lösung M03-A3

$$e^x + 3 - 10e^{-x} = 0 \quad \text{Substitution, quadratische Gleichung}$$

$$\begin{aligned} e^x + 3 - 10e^{-x} &= 0 & | \cdot e^x \\ e^{2x} + 3e^x - 10 &= 0 \\ \text{Substitution:} \\ e^x &= z \\ z^2 + 3z - 10 &= 0 & | \text{ quadratische Gleichung} \\ z_{1,2} &= -1,5 \pm \sqrt{2,25 + 10} & | \text{ p/q-Formel} \\ z_{1,2} &= -1,5 \pm \sqrt{12,25} = -1,5 \pm 3,5 \\ z_1 &= 2; \quad z_2 = -5 \\ \text{Resubstitution:} \\ e^{x_1} &= 2 \Rightarrow x_1 \ln(e) = \ln(2) \Rightarrow x_1 = \ln(2) \\ e^{x_2} &= -3 \Rightarrow \mathbb{L} = \{\} \\ \mathbb{L} &= \{\ln(2)\} \end{aligned}$$

Lösung M03-A4

Lösungslogik

a) Normalengleichung über Punkt-Steigungsformel

$$n(x) = -\frac{1}{f'(x_0)} \cdot (x - x_0) + f(x_0) \text{ mit } x_0 = -1 \text{ und } f(x_0) = 2e \text{ (wegen gegebenem Punkt } P(-1|2e)).$$

b) Schnittpunkt der Normalen mit der x -Achse mit $n(x) = 0$.

Klausuraufschrieb

$$\begin{aligned} \text{a) } n(x) &= f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0) \\ \text{Wegen } P(-1|2e) &\text{ ist } x_0 = -1 \text{ und } f(x_0) = 2e \\ f'(x) &= -2e^{-x} \\ f'(-1) &= -2e \\ n(x) &= -\frac{1}{-2e} \cdot (x + 1) + 2e \\ n(x) &= \frac{1}{2e}x + \frac{1}{2e} + 2e \end{aligned}$$

Abitur-Musteraufgaben allg. bildendes Gymnasium Pflichtteil Satz 03

b) $n(x) = 0$
 $\frac{1}{2e}x + \frac{1}{2e} + 2e = 0 \quad | \quad \cdot 2e$
 $x + 1 + 4e^2 = 0$
 $x = -4e^2 - 1$

Lösung M03-A5

- a) *Bei $x = 0$ besitzt das Schaubild von f einen Extrempunkt.*
 Die Aussage ist falsch. Das Schaubild der Ableitungsfunktion f' hat an der Stelle $x = 0$ einen Extrempunkt. Nur Wendestellen einer Stammfunktion führen zu Extremstellen bei der Ableitungsfunktion.
- b) *Bei $x = -2$ besitzt das Schaubild von f eine waagrechte Tangente.*
 Die Aussage ist wahr. f' hat bei $x = -2$ eine Nullstelle mit VZW.
- c) *Das Schaubild der Funktion f besitzt keine Wendepunkte.*
 Die Aussage ist falsch. Das Schaubild von f' hat bei $x_0 = 0$ eine Extremstelle, die bei f zu einer Wendestelle führt.
- d) *$f(x) > 0$ für $x > -2$.*
 Die Aussage ist unentscheidbar, weil jede Funktion h mit $h(x) = f(x) + C$ eine Stammfunktion von f' ist.

Lösung M03-A6

Lösungslogik

Wir stellen zunächst die Koordinatengleichung der Ebene E_1 auf und errechnen deren Spurpunkte. Die Ebene E_2 ist eine parallele Ebene zur x_1x_2 -Ebene im Abstand $x_3 = 2$.

Wir zeichnen die beiden Ebenen ein und bestimmen danach die Gleichung der Schnittgeraden durch Gleichsetzung von E_1 mit E_2 .

Klausuraufschrieb

Koordinatengleichung von E_1 :

$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = d$		
$2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 2 \cdot 6 = d$		Punktprobe mit Aufpunkt
$d = 12$		
$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 12$		: 12
$\frac{x_1}{6} + \frac{x_2}{4} + \frac{x_3}{6} = 1$		Achsenabschnittsform

$S_{x_1}(6|0|0); \quad S_{x_2}(0|4|0); \quad S_{x_3}(0|0|6)$

Abitur-Musteraufgaben allg. bildendes Gymnasium Pflichtteil Satz 03

Schnittgerade g :

$$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 12$$

$$x_3 = 2$$

Wir wählen eine Unbekannte frei, z.B. $x_2 = t$.

$$2x_1 + 3t + 4 = 12$$

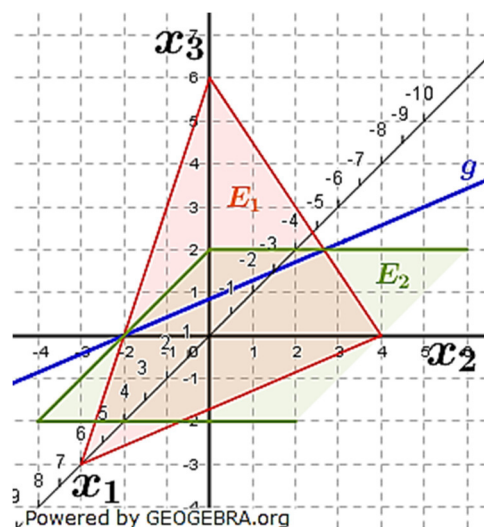
$$x_1 = 4 - \frac{3}{2}t$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 - \frac{3}{2}t \\ t \\ 2 \end{pmatrix}$$

Daraus folgt:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t^* \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$



Lösung M03-A7

a) $P(6) = \frac{1}{6}$.

X	3 Sechsen	2 Sechsen	1 Sechs
Häufigkeit	$\binom{3}{3} = 1$	$\binom{3}{2} = 3$	$\binom{3}{1} = 3$
$P(X)$	$1 \cdot \frac{1}{6}$	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{5}{6}$	$3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2$

X kann pro Spiel die Werte 1, 2 oder 3 annehmen.

$$P(X = 3) = \frac{1}{216}; \quad P(X = 2) = \frac{15}{216}; \quad P(X = 1) = \frac{75}{216}$$

b) faires Spiel?

Aufgabe zum Erwartungswert.

x_i	3 - 1 \$	2 - 1 \$	1 - 1 \$	-1 \$
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{216}$	$\frac{15}{216}$	$\frac{75}{216}$	$\frac{125}{216}$
$x_i \cdot P(X = x_i)$	$\frac{2}{216} \$$	$\frac{15}{216} \$$	$0 \$$	$-\frac{125}{216} \$$
$\sum_{i=1}^i x_i \cdot P(X = x_i)$	$\frac{2}{216} +$	$\frac{15}{216} +$	$0 +$	$-\frac{125}{216}$

$$E(X) = -\frac{108}{216} \$ = -0,5 \$$$

Das Spiel ist nicht fair, der Spieler verliert auf lange Sicht gesehen 0,5 \$ pro Spiel.

Lösung M03-A8

- Man stellt die Parametergleichung der Ebene E auf, in der das Parallelogramm $ABCD$ liegt mit $E: \vec{x} = \overrightarrow{OA} + r \cdot \overrightarrow{AB} + s \cdot \overrightarrow{AC}$
- Wir machen eine Punktprobe mit P in E .
- Erfüllt der Punkt P die Ebenengleichung, so liegt P in E .
- Ist zusätzlich noch $0 < r; s < 1$, so liegt P innerhalb des Parallelogramms.