Lösung M05-A1

$f(x) = e^{-2x} + 2\sqrt{x}$ Potenz- und Kettenregel erforderlich

---

$f'(x) = -2e^{-2x} + 2 \cdot \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = -2e^{-2x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$

Lösung M05-A2

$\int_0^{\frac{\pi}{4}} (sin(2x) + 1) dx$ Summenregel, Potenzregel, trigonometrische Regel

---

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} (sin(2x) + 1) dx = \left[-\frac{1}{2}\cos(2x) + x\right]_0^{\frac{\pi}{4}} = -\frac{1}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \frac{\pi}{4} - \left(-\frac{1}{2}\cos(0) + 0\right)$$
$$= -\frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{\pi}{4} - \left(-\frac{1}{2} + 0\right) = \frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}$$

Lösung M05-A3

$(sin(x))^2 - 2\,sin(x) = 3$ Substitution / Resubstitution

Substitution:

$sin(x) = z$

$z^2 - -2z - 3 = 0$ | quadratische Gleichung

$z_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+3}$ | p/q-Formel

$z_{1,2} = 1 \pm \sqrt{4} = 1 \pm 2$

$z_1 = 3;\ \ z_2 = -1$

Resubstitution:

$sin(x_1) = 3 \ \Rightarrow\ \mathbb{L} = \{\}$

$sin(x_2) = -1 \ \Rightarrow\ x_2 = \frac{3}{2}\pi$ | einzigste Lösung im Intervall $0 \le x \le 2\pi$

$\mathbb{L} = \left\{\frac{3}{2}\pi\right\}$

Lösung M05-A4

<u>Lösungslogik</u>

a) Wir betrachten das globale Verhalten von f.

b) Wir setzen $f'(x) = g'(x)$ und lösen die Gleichung nach x auf.

<u>Klausuraufschrieb</u>

a) Wegen $\lim\limits_{x \to |\infty|} \frac{1}{1-x} = 0$ ist $\lim\limits_{x \to |\infty|} f(x) = 3$.

f hat die waagrechte Asymptote $y = 3$.

b) $f'(x) = g'(x)$:

$f'(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$; $\quad g'(x) = \frac{1}{(1+x)^2}$

$\frac{1}{(1-x)^2} = \frac{1}{(1+x)^2}$

$(1-x)^2 = (1+x)^2 \ \ => \ \ x = 0$

f und g haben bei $x_0 = 0$ dieselbe Steigung.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung M05-A5

a) Die Funktion x ist wegen des Nenners $1+x^2$ achsensymmetrisch. Wegen $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{a}{1+x^2} = 0$ hat sie die waagrechte Asymptote $y=-1$. Dies ist nur in Abbildung 2 der Fall.
Der Graph der Funktion schneidet die y–Achse in $S_y(0|2)$, also $f(0)=2$.
$2 = \frac{a}{1+0} - 1 \quad \Longrightarrow \quad a = 3$

b) Extrempunkte von f führen zu Nullstellen von f'. f besitzt eine einzige Extremstelle bei $x=0$ als Hochpunkt. Die Nullstelle von f' muss also einen Vorzeichenwechsel von $+$ nach $-$ aufweisen. Dies ist nur in Abbildung 3 der Fall.
Abbildung 3 ist das Schaubild der Ableitungsfunktion f'.
Extremstellen der Stammfunktion führen zu Nullstellen der Ableitungsfunktion. Wendepunkte der Stammfunktion führen zu Extremstellen der Ableitungsfunktion. Dies ist sowohl in Abbildung 1 als auch in Abbildung 4 der Fall.
Wegen $I(x) = \int_2^x f(t)dt$ muss gelten $I(2) = \int_2^2 f(t)dt$. Da jedoch $\int_2^2 f(t)dt = 0$, muss $I(2)=0$ sein. Dies ist nur in Abbildung 4 der Fall.
Abbildung 4 ist das Schaubild der Integralfunktion I.

Lösung M05-A6

<u>Lösungslogik</u>

a) Über die gegebenen Spurpunkte stellen wir die Achsenabschnittsform der Ebene E auf.

b) Die Ebene E hat die Gleichung $E\colon\ x_1 = 2$. Eine zu parallele Ebene F hat denselben Normalenvektor und die Gleichung $F\colon\ x_1 = d$. Über eine Punkteprobe mit A errechnen wir dann d von F neu.

c) Eine Gerade steht dann senkrecht auf einer Ebene, wenn ihr Richtungsvektor ein Vielfaches des Normalenvektors der Ebene ist.

<u>Klausuraufschrieb</u>

a) $E\colon\ -\frac{x_2}{3} + \frac{x_3}{4} = 1$

b) $E\colon\ x_1 = 2$
$F \parallel E\colon\ x_1 = d$
$3 = d$ | Punktprobe mit $A(3|-3|1)$
$F\colon\ x_1 = 3$

c) $g\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Lösung M05-A7

Mehrstufiges Zufallsexperiment mit $P(weiß) = \frac{2}{5}$ und $P(schwarz) = \frac{3}{5}$ im ersten Zug.

a) A: „Mindestens eine der Kugeln ist weiß"
$\overline{A}$: „Beide Kugeln sind schwarz"
$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - P(schwarz, schwarz) = 1 - \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{16}{25}$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{16}{25} = 64\,\%$.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

b) Wie a), jedoch mit n weißen Kugeln, dann ist $P(schwarz) = \frac{3}{3+n}$

$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - P(schwarz, schwarz) = 1 - \frac{3}{3+n} \cdot \frac{3}{3+n} = \frac{(3+n)^2-9}{(3+n)^2}$

$\frac{(3+n)^2-9}{(3+n)^2} \geq 0{,}91 \quad | \quad \cdot (3+n)^2$

$(3+n)^2 - 9 \geq 0{,}91 \cdot (3+n)^2 \quad | \quad -0{,}91 \cdot (3+n)^2$

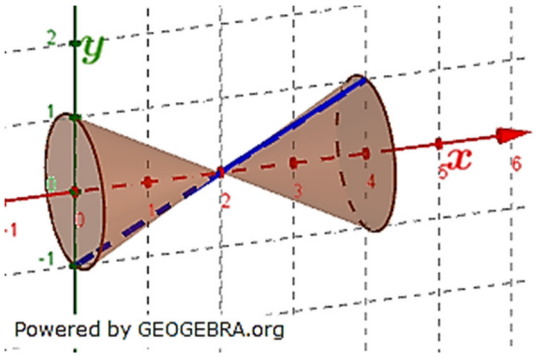
$0{,}09 \cdot (3+n)^2 - 9 \geq 0 \quad | \quad +9;\ :0{,}09$

$(3+n)^2 \geq 100 \quad | \quad \sqrt{\ }$

$|3+n| \geq 10$

$n_1 \geq 7; \quad n_2 \geq -13$

Es müssen mindestens 7 weiße Kugeln sein.

Lösung M05-A8

Die Funktionsgleichung des Integranden mit $g(x) = \frac{1}{2}x - 1$ ist eine Gerade. Diese rotiert im Intervall $I = [0; 4]$ um die x-Achse.
Dabei entsteht ein Doppelkegel mit einem Grundkreisradius von $r = 1$ und der Höhe $h = 2$ bei beiden Kegeln.