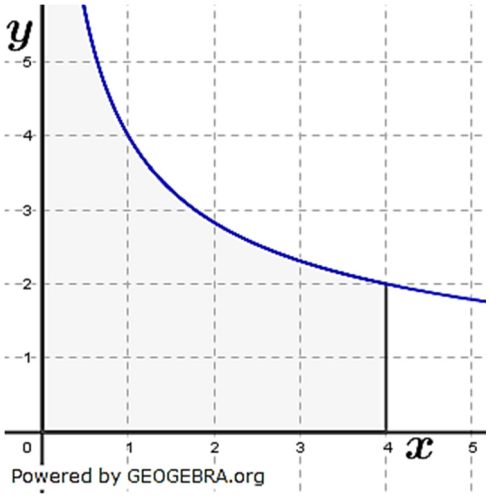
Aufgabe M06-A1

Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = (2 - cos(x))^3$.
(Quelle Landesbildungsserver BW)

Aufgabe M06-A2

Die Funktion f mit $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x}}$ schließt mit der x-Achse, der Geraden $x = 4$ und der y-Achse eine nach oben offene Fläche ein (siehe Skizze).
Untersuchen Sie, ob diese Fläche einen endlichen Flächeninhalt hat und bestimmen Sie diesen gegebenenfalls.
(Quelle Landesbildungsserver BW)



Aufgabe M06-A3

Lösen Sie die Gleichung $\frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} = 1$.
(Quelle Landesbildungsserver BW)

Aufgabe M06-A4

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = e^{-x-1} + 1$.

a) Skizzieren Sie das Schaubild von f.

b) Berechnen Sie die Gleichung der Tangenten an den Graphen von f an der Stelle $x_0 = -1$ und zeichnen Sie die Tangente ein.

(Quelle Landesbildungsserver BW)

Aufgabe M06-A5

Die Funktion f gilt für alle $x \in [-1; 6]$:

- $f(x) > 0$
- $f'(x) < 0$
- $f''(x) > 0$

Beschreiben Sie für jede dieser drei Eigenschaften, welche Bedeutung sie für den Verlauf des Graphen hat.
Skizzieren Sie einen möglichen Verlauf des Graphen von f.

Aufgabe M06-A6

Gegeben sind die Geraden g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$ und h: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -9 \\ 3 \\ -15 \end{pmatrix}$.

a) Zeigen Sie, dass g und h parallel, aber nicht identisch sind.

b) Geben Sie eine Gleichung der Ebene E an, in der die Geraden g und h liegen.

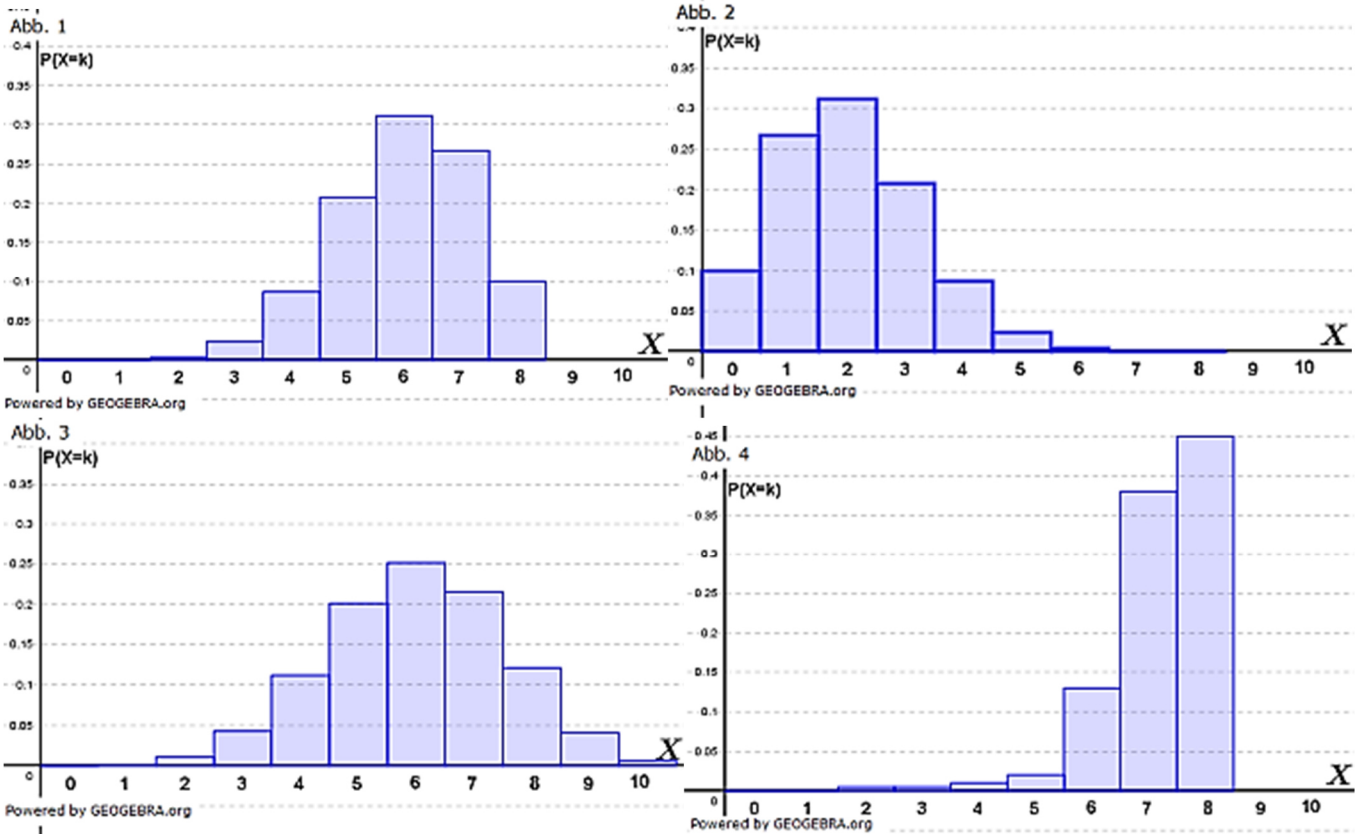
(Quelle Landungsbildungsserver BW)

Aufgabe M06-A7

Die Zufallsvariable X ist binomialverteilt mit $n = 8$ und $p = 0{,}75$.

a) Geben Sie an, welche der Abbildungen die Verteilung von X zeigt. Begründen Sie ihre Entscheidung.

b) Bestimmen Sie mit Hilfe der gewählten Abbildung näherungsweise: $P(3 < X < 6)$ und $P(X \neq 8)$.



(Quelle Landesbildungsserver BW)

Aufgabe M06-A8

Für ein Ereignis A bei der mehrmaligen Durchführung eines Bernoulli-Experimentes gilt

$$P(A) = 1 - \left(\binom{15}{13} \cdot 0{,}6^{13} \cdot 0{,}4^2 + 15 \cdot 0{,}6^{14} \cdot 0{,}4 + 0{,}6^{15}\right).$$

Beschreiben Sie das Ereignis A in Worten.

(Quelle Landesbildungsserver BW)

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung M06-A1

$f(x) = e^{-3x} \cdot (x^2 + 1)$ Produktregel erforderlich

$f'(u \cdot v) = u'v + v'u$

$u = e^{-3x}$ $u' = -3e^{-3x}$

$v = x^2 + 1$ $v' = 2x$

$f'(x) = -3e^{-3x} \cdot (x^2 + 1) + 2x \cdot e^{-3x}$

$f'(x) = e^{-3x} \cdot (-3x^2 - 3 + 2x) = e^{-3x} \cdot (-3x^2 + 2x - 3)$

Lösung M06-A2

$\int_z^4 \frac{4}{\sqrt{x}} dx$ Potenzregel erforderlich

$\int_z^4 \frac{4}{\sqrt{x}} dx = \left[8\sqrt{x}\right]_z^4 = 8 \cdot \sqrt{4} - 8 \cdot \sqrt{z}$

$\lim\limits_{z \to 0} 8 \cdot \sqrt{z} = 0$

Wegen $\lim\limits_{z \to 0} 8 \cdot \sqrt{z} = 0$ ist $\lim\limits_{z \to 0} \int_z^4 \frac{4}{\sqrt{x}} dx = 16$

Der Flächeninhalt ist endlich und beträgt $16\ FE$.

Lösung M06-A3

$\frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} = 1$ | Nennerbeseitigung, quadratische Gleichung

---

$\frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} = 1$	|	$\cdot x^2$
$2 + x = x^2$	|	$-x - 2$
$x^2 - x - 2 = 0$	|	quadratische Gleichung
$x_{1,2} = 0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25 + 2}$	|	p/q-Formel

$x_{1,2} = 0{,}5 \pm \sqrt{2{,}25} = 0{,}5 \pm 1{,}5$

$x_1 = 2; \quad x_2 = -1$

$\mathbb{L} = \{-1; 2\}$

Lösung M06-A4

<u>Lösungslogik</u>

a) Für die Skizze ermitteln wir die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Extremstellen und Wendepunkte und betrachten das global Verhalten.

b) Gleichung der Tangente über die Punkt-Steigungs-Formel mit: $t(x) = f'(-1) \cdot (x + 1) + f(-1)$.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Klausuraufschrieb

a) Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen:

$e^{-x-1}+1=0$

$e^{-x-1}=-1 \;\; => \;\; \mathbb{L}=\{\}$, d.h., der Funktionsgraph hat keine Nullstellen.

$f(0)=e^{-1}+1=1+\frac{1}{e}$

Der Funktionsgraph schneidet die y-Achse in $S_y\left(0\middle|1+\frac{1}{e}\right)$.

Extremstellen:

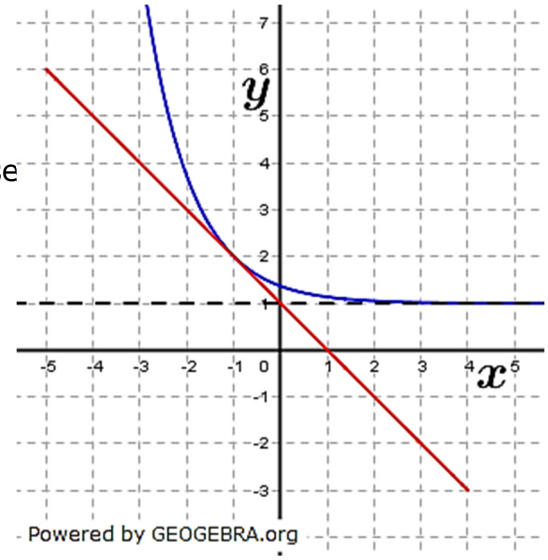
$f'(x)=-e^{-x-1}$

$-e^{-x-1}=0 \;\; => \;\; \mathbb{L}=\{\}$, d.h., der Funktionsgraph besitzt keine Extremstellen.

Globales Verhalten:

Wegen $\lim\limits_{x\to\infty} e^{-x-1}=0$ ist $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=1$.

Für $x\to-\infty$ gilt $f(x)\to\infty$.



b) $t(x)=f'(-1)\cdot(x+1)+f(-1)$

$f(-1)=2$

$f'(-1)=-e^0=-1$

$t(x)=-1\cdot(x+1)+2$

$t(x)=-x+1$

Lösung M06-A5

$f(x)>0$

Der Funktionsgraph verläuft im angegebenen Intervall oberhalb der x-Achse.

$f'(x)>0$

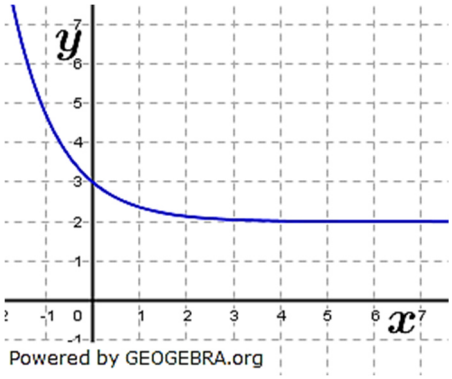
Der Funktionsgraph ist im angegebenen Intervall streng monoton fallend.

$f''(x)>0$

Der Funktionsgraph ist im angegebenen Intervall linksdrehend.

Möglicher Verlauf

z.B. $f(x)=e^{-x}+C$ (siehe Graphik).



Lösung M06-A6

Lösungslogik

a) Die Richtungsvektoren von g und h sind ein Vielfaches voneinander und der Aufpunkt von g liegt nicht auf h.

b) Wir nehmen den Aufpunkt von g als Aufpunkt der Ebene, ein Richtungsvektor der Ebene ist gleich dem Richtungsvektor der parallelen Geraden, der zweite Richtungsvektor der Ebene ist der Vektor vom Aufpunkt von g zum Aufpunkt von h.

Klausuraufschrieb

a) $\begin{pmatrix} -9 \\ 3 \\ -15 \end{pmatrix} = -3 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$

Die Richtungsvektoren von g und h sind ein Vielfaches voneinander

$\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \notin g \ \wedge \ \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \notin h$

g und h sind parallel aber nicht identisch.

b) $E\colon \ \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4-4 \\ -1-(-1) \\ 1-0 \end{pmatrix}$

$E\colon \ \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Lösung M06-A7

a) Abbildung 1 zeigt die Verteilung von X an.

$E(X) = \mu = n \cdot p = 8 \cdot 0{,}75 = 6$

Im Erwartungswert der Binomialverteilung ist die Wahrscheinlichkeit am größten (Maximum).

b) $P(3 < X < 6) = P(4) + P(5) = 0{,}08 + 0{,}21 = 0{,}29$

$P(X \neq 8) = 1 - P(X = 8) = 1 - 0{,}1 = 0{,}9$

Lösung M06-A8

Bernoulliexperiment mit Stichprobenumfang $n = 15$ und $p = 0{,}6$ für Erfolg.

A: „Bei 15 Wiederholungen höchstens 12 Mal Erfolg haben."

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de