

Lösung M06-A1

$$f(x) = e^{-3x} \cdot (x^2 + 1)$$

Produktregel erforderlich

$$f'(u \cdot v) = u'v + v'u$$

$$u = e^{-3x}$$

$$u' = -3e^{-3x}$$

$$v = x^2 + 1$$

$$v' = 2x$$

$$f'(x) = -3e^{-3x} \cdot (x^2 + 1) + 2x \cdot e^{-3x}$$

$$f'(x) = e^{-3x} \cdot (-3x^2 - 3 + 2x) = e^{-3x} \cdot (-3x^2 + 2x - 3)$$

Lösung M06-A2

$$\int_z^4 \frac{4}{\sqrt{x}} dx$$

Potenzregel erforderlich

$$\int_z^4 \frac{4}{\sqrt{x}} dx = [8\sqrt{x}]_z^4 = 8 \cdot \sqrt{4} - 8 \cdot \sqrt{z}$$

$$\lim_{z \rightarrow 0} 8 \cdot \sqrt{z} = 0$$

Wegen $\lim_{z \rightarrow 0} 8 \cdot \sqrt{z} = 0$ ist $\lim_{z \rightarrow 0} \int_z^4 \frac{4}{\sqrt{x}} dx = 16$

Der Flächeninhalt ist endlich und beträgt 16 FE.

Lösung M06-A3

$$\frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} = 1$$

| Nennerbeseitigung, quadratische Gleichung

$$\frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} = 1$$

| $\cdot x^2$

$$2 + x = x^2$$

| $-x - 2$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

| quadratische Gleichung

$$x_{1,2} = 0,5 \pm \sqrt{0,25 + 2}$$

| p/q-Formel

$$x_{1,2} = 0,5 \pm \sqrt{2,25} = 0,5 \pm 1,5$$

$$x_1 = 2; \quad x_2 = -1$$

$$\mathbb{L} = \{-1; 2\}$$

Lösung M06-A4

Lösungslogik

- Für die Skizze ermitteln wir die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Extremstellen und Wendepunkte und betrachten das globale Verhalten.
 - Gleichung der Tangente über die Punkt-Steigungs-Formel mit:

$$t(x) = f'(-1) \cdot (x + 1) + f(-1).$$
-

Klausuraufschrift

- a) Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen:

$$e^{-x-1} + 1 = 0$$

$e^{-x-1} = -1 \Rightarrow \mathbb{L} = \{\},$ d.h., der Funktionsgraph hat keine Nullstellen.

$$f(0) = e^{-1} + 1 = 1 + \frac{1}{e}$$

Der Funktionsgraph schneidet die y -Achse in $S_y\left(0 \mid 1 + \frac{1}{e}\right)$.

Extremstellen:

$$f'(x) = -e^{-x-1}$$

$-e^{-x-1} = 0 \Rightarrow \mathbb{L} = \{\},$ d.h., der Funktionsgraph besitzt keine Extremstellen.

Globales Verhalten:

Wegen $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x-1} = 0$ ist $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$.

Für $x \rightarrow -\infty$ gilt $f(x) \rightarrow \infty$.

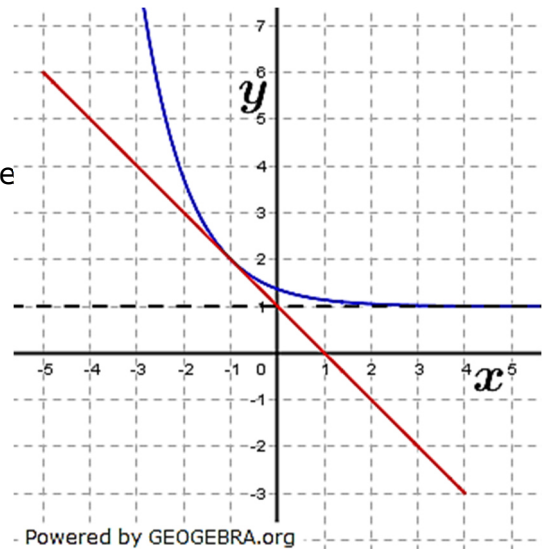
- b) $t(x) = f'(-1) \cdot (x+1) + f(-1)$

$$f(-1) = 2$$

$$f'(-1) = -e^0 = -1$$

$$t(x) = -1 \cdot (x+1) + 2$$

$$t(x) = -x + 1$$



Lösung M06-A5

$$f(x) > 0$$

Der Funktionsgraph verläuft im angegebenen Intervall oberhalb der x -Achse.

$$f'(x) > 0$$

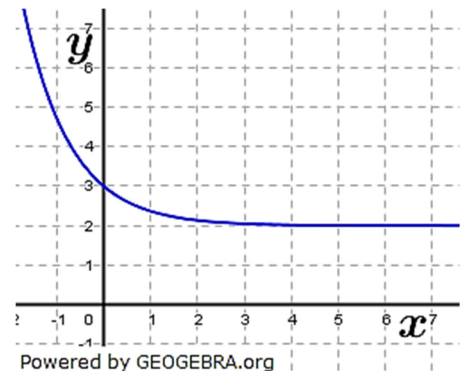
Der Funktionsgraph ist im angegebenen Intervall streng monoton fallend.

$$f''(x) > 0$$

Der Funktionsgraph ist im angegebenen Intervall linksdrehend.

Möglicher Verlauf

z.B. $f(x) = e^{-x} + C$ (siehe Graphik).



Lösung M06-A6

Lösungslogik

- a) Die Richtungsvektoren von g und h sind ein Vielfaches voneinander und der Aufpunkt von g liegt nicht auf h .
- b) Wir nehmen den Aufpunkt von g als Aufpunkt der Ebene, ein Richtungsvektor der Ebene ist gleich dem Richtungsvektor der parallelen Geraden, der zweite Richtungsvektor der Ebene ist der Vektor vom Aufpunkt von g zum Aufpunkt von h .

Klausuraufschrieb

a) $\begin{pmatrix} -9 \\ 3 \\ -15 \end{pmatrix} = -3 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$

Die Richtungsvektoren von g und h sind ein Vielfaches voneinander

$$\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \notin g \wedge \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \notin h$$

g und h sind parallel aber nicht identisch.

b) $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4-4 \\ -1-(-1) \\ 1-0 \end{pmatrix}$

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Lösung M06-A7

a) Abbildung 1 zeigt die Verteilung von X an.

$$E(X) = \mu = n \cdot p = 8 \cdot 0,75 = 6$$

Im Erwartungswert der Binomialverteilung ist die Wahrscheinlichkeit am größten (Maximum).

b) $P(3 < X < 6) = P(4) + P(5) = 0,08 + 0,21 = 0,29$

$$P(X \neq 8) = 1 - P(X = 8) = 1 - 0,1 = 0,9$$

Lösung M06-A8

Bernoulliexperiment mit Stichprobenumfang $n = 15$ und $p = 0,6$ für Erfolg.

A: „Bei 15 Wiederholungen höchstens 12 Mal Erfolg haben.“