

Aufgabe M07-A1

Bilden Sie die 1. Ableitung der Funktion f mit $f(x) = (x^2 + 3) \cdot e^{1-2x}$.



Aufgabe M07-A2

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{2} \cdot e^{2x-1}$.

Bestimmen Sie diejenige Stammfunktion von f , deren Graph durch den Punkt $P\left(\frac{1}{2} \mid 1\right)$ geht.

Aufgabe M07-A3

Lösen Sie die Gleichung $1 - \frac{5}{e^x} + \frac{4}{e^{2x}} = 0$.

Aufgabe M07-A4

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 2\sqrt{2x+1}$.

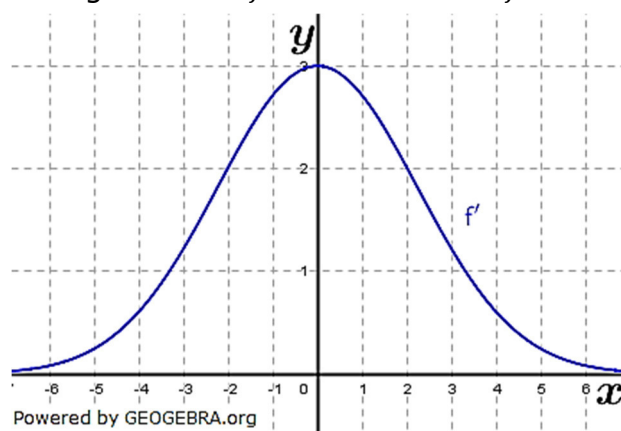
- Berechnen Sie die Steigung von f an der Stelle $x_0 = 1,5$.
- Berechnen Sie die Stelle, an der die Funktion f die Steigung $m = 1$ hat.
- Bestimmen Sie die Gleichung der Tangenten an der Stelle $x_0 = 0$.

(Quelle Landesbildungsserver BW)

Aufgabe M07-A5

Die Abbildung zeigt das Schaubild der Ableitungsfunktion f' einer Funktion f . Welche der folgenden Aussagen über die Funktion f wahr, falsch oder unentscheidbar?

- Die Funktion f ist streng monoton im Intervall $[-5; 5]$.
- Der Graph von f hat an der Stelle $x = 0$ einen Wendepunkt.
- Der Graph von f ist achsensymmetrisch zur y -Achse.
- Der Graph von f hat im Intervall $[-5; 5]$ zwei Tangenten, die parallel zur ersten Winkelhalbierenden verlaufen.
- Der Graph von f verläuft im Intervall $[-5; 5]$ oberhalb der x -Achse.



Aufgabe M07-A6

Gegeben sind die beiden Ebenen E und F mit:

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$F: x_1 - x_2 + x_3 = -1.$$

- Weisen Sie nach, dass E und F parallel zueinander liegen.
- Bestimmen Sie den Abstand von E und F .

(Quelle Landungsbildungsserver BW)



Abitur-Musteraufgaben allg. bildendes Gymnasium Pflichtteil Satz 07

Aufgabe M07-A7

Unter 100 Personen einer Bevölkerung sind durchschnittlich 4 Personen Linkshänder.

Geben Sie einen Term für die Wahrscheinlichkeit an, dass unter 7 zufällig ausgewählten Personen

- a) kein Linkshänder ist.
- b) mindestens ein Linkshänder ist.

Aufgabe M07-A8

Ein Punkt P wird an einer Ebene E gespiegelt. Erläutern Sie, wie man die Koordinaten des Bildpunktes P^* erhält.

Lösung M07-A1

$$f(x) = (x^2 + 3) \cdot e^{1-2x}$$

Produktregel und Kettenregel erforderlich

$$f'(u \cdot v) = u'v + v'u$$

$$u = x^2 + 3$$

$$u' = 2x$$

$$v = e^{1-2x}$$

$$v' = -2e^{1-2x}$$

$$f'(x) = 2x \cdot e^{1-2x} - 2e^{1-2x} \cdot (x^2 + 3)$$

$$f'(x) = 2e^{1-2x} \cdot (x - x^2 - 3) = 2e^{1-2x} \cdot (-x^2 + x - 3)$$

Lösung M07-A2

$$f(x) = \frac{1}{2} \cdot e^{2x-1}$$

lineare Substitution

$$F(x) = \int \left(\frac{1}{2} \cdot e^{2x-1} \right) dx = \frac{e^{2x-1}}{2 \cdot 2} + C = \frac{1}{4} e^{2x-1} + C$$

Punktprobe mit $P\left(\frac{1}{2} \mid 1\right)$:

$$1 = \frac{1}{4} e^{2 \cdot \frac{1}{2} - 1} + C = \frac{1}{4} + C \quad | \quad -\frac{1}{4}$$

$$C = \frac{3}{4}$$

$$F(x) = \frac{1}{4} e^{2x-1} + \frac{3}{4}$$

Lösung M07-A3

$$1 - \frac{5}{e^x} + \frac{4}{e^{2x}} = 0$$

| Nennerbeseitigung, Substitution

$$1 - \frac{5}{e^x} + \frac{4}{e^{2x}} = 0$$

| $\cdot e^{2x}$

$$e^{2x} - 5e^x + 4 = 0$$

Substitution:

$$e^x = z$$

$$z^2 - 5z + 4 = 0$$

| quadratische Gleichung

$$z_{1,2} = 2,5 \pm \sqrt{6,25 - 4}$$

| p/q-Formel

$$z_{1,2} = 2,5 \pm \sqrt{2,25} = 2,5 \pm 1,5$$

$$z_1 = 4; \quad z_2 = 1$$

Resubstitution:

$$e^{x_1} = 4 \Rightarrow x_1 \ln(e) = \ln(4) \Rightarrow x_1 = \ln(4)$$

$$e^{x_2} = 1 \Rightarrow x_2 = 0$$

$$\mathbb{L} = \{0; \ln(4)\}$$

Lösung M07-A4

Klausuraufschrieb

a) $f'(1,5)$:

$$f(x) = 2 \cdot (2x + 1)^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (2x + 1)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2 = \frac{2}{\sqrt{2x+1}}$$

$$f'(1,5) = \frac{2}{\sqrt{2 \cdot 1,5 + 1}} = 1$$

Abitur-Musteraufgaben allg. bildendes Gymnasium Pflichtteil Satz 07

- b) $f'(x) = 1$
 $\frac{2}{\sqrt{2x+1}} = 1 \quad | \cdot \sqrt{2x+1}$
 $2 = 1 \cdot \sqrt{2x+1} \quad |^2$
 $4 = (2x+1)$
 $2x+1 = 4$
 $2x = 3$
 $x = 1,5$
- c) $t(x) = f'(0) \cdot x + f(0)$
 $f'(0) = \frac{2}{\sqrt{1}} = 2$
 $f(0) = 2 \cdot \sqrt{1} = 2$
 $t(x) = 2x + 2$

Lösung M07-A5

- a) Die Funktion f ist streng monoton im Intervall $[-5; 5]$.
 Die Aussage ist falsch, der Graph ist von $[-5; 0]$ monoton steigend und von $[0; 5]$ monoton fallend.
- b) Der Graph von f hat an der Stelle $x = 0$ einen Wendepunkt.
 Die Aussage ist richtig, f' hat an der Stelle $x = 0$ eine Extremstelle.
- c) Der Graph von f ist achsensymmetrisch zur y -Achse.
 Die Aussage ist falsch, f' ist achsensymmetrisch, somit ist f punktsymmetrisch zum Wendepunkt an der Stelle $x = 0$.
- d) Der Graph von f hat im Intervall $[-5; 5]$ zwei Tangenten, die parallel zur ersten Winkelhalbierenden verlaufen.
 Die Aussage ist richtig. f' hat zwei Stellen mit dem Funktionswert $f'(x) = 1$.
- e) Der Graph von f verläuft im Intervall $[-5; 5]$ oberhalb der x -Achse.
 Die Aussage ist nicht entscheidbar, weil jede Funktion h mit $h(x) = f(x) + C$ eine Stammfunktion von f' ist.

Lösung M07-A6

Lösungslogik

- a) Wir bilden den Normalenvektor von E über das Kreuzprodukt der beiden Richtungsvektoren von E und vergleichen diesen mit dem von F .
- b) Wir berechnen den Abstand des Aufpunktes von E zur Ebene F mithilfe der HNF.

Klausuraufschrieb

a) $k \cdot \vec{n}_E = \vec{rv}_1 \times \vec{rv}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{n}_E = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\vec{n}_F = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Die Normalenvektoren von E und F sind identisch, die Ebenen liegen parallel.

- b) HNF von F :

$F: \frac{x_1 - x_2 + x_3 + 1}{\sqrt{1+1+1}} = 0$

$A(1|2|3) \quad | \quad \text{Aufpunkt von } E$

$d(F; A) = \frac{|1-2+3+1|}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

Der Abstand der beiden Ebenen beträgt $\sqrt{3}$ LE.

Lösung M07-A7

Bernoulli-Experiment mit $n = 7$, $p = 0,04$ für Linkshänder.

a) A: „Unter den ausgewählten Personen ist kein Linkshänder.“

$$P(A) = B_{7;0,96}(X = 0) = \binom{7}{0} \cdot 0,96^7 \cdot 0,04^0$$

b) B: „Unter den ausgewählten Personen ist mindestens ein Linkshänder.“

$$P(B) = B_{7;0,04}(X \geq 1) = 1 - B_{7;0,04}(X = 0) = 1 - \binom{7}{0} 0,04^0 \cdot 0,96^7$$

Lösung M07-A8

- Man bildet eine Gerade g mit dem Aufpunkt P und dem Normalenvektor $\vec{n}$ von E als Richtungsvektor.
- Man schneidet die Gerade g mit der Ebene E und erhält den Lotfußpunkt L .
- Die Koordinaten des Spiegelpunktes P' erhält man dann über:

$$\overrightarrow{OP^*} = \overrightarrow{OP} + 2 \cdot \overrightarrow{PL}.$$