## Lösung M07-A1

$f(x) = (x^2+3)\cdot e^{1-2x}$ Produktregel und Kettenregel erforderlich

---

$f'(u\cdot v) = u'v + v'u$

$u = x^2+3$ $\quad u' = 2x$

$v = e^{1-2x}$ $\quad v' = -2e^{1-2x}$

$f'(x) = 2x\cdot e^{1-2x} - 2e^{1-2x}\cdot(x^2+3)$

$f'(x) = 2e^{1-2x}\cdot(x - x^2 - 3) = 2e^{1-2x}\cdot(-x^2+x-3)$

## Lösung M07-A2

$f(x) = \frac{1}{2}\cdot e^{2x-1}$ lineare Substitution

---

$$F(x) = \int\left(\frac{1}{2}\cdot e^{2x-1}\right)dx = \frac{e^{2x-1}}{2\cdot 2} + C = \frac{1}{4}e^{2x-1} + C$$

Punktprobe mit $P\left(\frac{1}{2}\middle|1\right)$:

$1 = \frac{1}{4}e^{2\cdot\frac{1}{2}-1} + C = \frac{1}{4} + C$ $\quad | \quad -\frac{1}{4}$

$C = \frac{3}{4}$

$F(x) = \frac{1}{4}e^{2x-1} + \frac{3}{4}$

## Lösung M07-A3

$1 - \frac{5}{e^x} + \frac{4}{e^{2x}} = 0$ | Nennerbeseitigung, Substitution

---

$1 - \frac{5}{e^x} + \frac{4}{e^{2x}} = 0$ $\quad | \quad \cdot e^{2x}$

$e^{2x} - 5e^x + 4 = 0$

Substitution:

$e^x = z$

$z^2 - 5z + 4 = 0$ | quadratische Gleichung

$z_{1,2} = 2{,}5 \pm \sqrt{6{,}25 - 4}$ | $p/q$-Formel

$z_{1,2} = 2{,}5 \pm \sqrt{2{,}25} = 2{,}5 \pm 1{,}5$

$z_1 = 4;\ \ z_2 = 1$

Resubstitution:

$e^{x_1} = 4 \quad \Rightarrow \quad x_1 ln(e) = ln(4) \quad \Rightarrow \quad x_1 = ln(4)$

$e^{x_2} = 1 \quad \Rightarrow \quad x_2 = 0$

$\mathbb{L} = \{0; ln(4)\}$

## Lösung M07-A4

<u>Klausuraufschrieb</u>

a) $f'(1{,}5)$:

$f(x) = 2\cdot(2x+1)^{\frac{1}{2}}$

$f'(x) = 2\cdot\frac{1}{2}\cdot(2x+1)^{-\frac{1}{2}}\cdot 2 = \frac{2}{\sqrt{2x+1}}$

$f'(1{,}5) = \frac{2}{\sqrt{2\cdot 1{,}5+1}} = 1$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

b) $f'(x) = 1$

$\frac{2}{\sqrt{2x+1}} = 1 \quad | \quad \cdot\sqrt{2x+1}$

$2 = 1 \cdot \sqrt{2x+1} \quad | \quad {}^2$

$4 = (2x+1)$

$2x + 1 = 4$

$2x = 3$

$x = 1{,}5$

c) $t(x) = f'(0) \cdot x + f(0)$

$f'(0) = \frac{2}{\sqrt{1}} = 2$

$f(0) = 2 \cdot \sqrt{1} = 2$

$t(x) = 2x + 2$

## Lösung M07-A5

a) *Die Funktion $f$ ist streng monoton im Intervall $[-5;5]$.*
Die Aussage ist falsch, der Graph ist von $[-5;0]$ monoton steigend und von $[0;5]$ monoton fallend.

b) Der Graph von $f$ hat an der Stelle $x = 0$ einen Wendepunkt.
Die Aussage ist richtig, $f'$ hat an der Stelle $x = 0$ eine Extremstelle.

c) *Der Graph von $f$ ist achsensymmetrisch zur $y$-Achse.*
Die Aussage ist falsch, $f'$ ist achsensymmetrisch, somit ist $f$ punktsymmetrisch zum Wendepunkt an der Stelle $x = 0$.

d) *Der Graph von $f$ hat im Intervall $[-5;5]$ zwei Tangenten, die parallel zur ersten Winkelhalbierenden verlaufen.*
Die Aussage ist richtig. $f'$ hat zwei Stellen mit dem Funktionswert $f'(x) = 1$.

e) *Der Graph von $f$ verläuft im Intervall $[-5;5]$ oberhalb der $x$-Achse.*
Die Aussage ist nicht entscheidbar, weil jede Funktion $h$ mit $h(x) = f(x) + C$ eine Stammfunktion von $f'$ ist.

## Lösung M07-A6

<u>Lösungslogik</u>

a) Wir bilden den Normalenvektor von $E$ über das Kreuzprodukt der beiden Richtungsvektoren von $E$ und vergleichen diesen mit dem von $F$.

b) Wir berechnen den Abstand des Aufpunktes von $E$ zur Ebene $F$ mithilfe der HNF.

---

<u>Klausuraufschrieb</u>

a) $k \cdot \overrightarrow{n_E} = \overrightarrow{rv_1} \times \overrightarrow{rv_2} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{n_E} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{n_F} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Die Normalenvektoren von $E$ und $F$ sind identisch, die Ebenen liegen parallel.

b) HNF von $F$:

$F$: $\frac{x_1 - x_2 + x_3 + 1}{\sqrt{1+1+1}} = 0$

$A(1|2|3) \quad | \quad$ Aufpunkt von $E$

$d(F;A) = \frac{|1-2+3+1|}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

*Der Abstand der beiden Ebenen beträgt $\sqrt{3}\,LE$.*

## Lösung M07-A7

Bernoulli-Experiment mit $n = 7$, $p = 0{,}04$ für Linkshänder.

a) $A$: „Unter den ausgewählten Personen ist kein Linkshänder."

$P(A) = B_{7;0,96}(X = 0) = \binom{7}{7} \cdot 0{,}96^7 \cdot 0{,}04^0$

b) $B$: „Unter den ausgewählten Personen ist mindestens ein Linkshänder."

$P(B) = B_{7;0,04}(X \geq 1) = 1 - B_{7;0,04}(X = 0) = 1 - \binom{7}{0} 0{,}04^0 \cdot 0{,}96^7$

## Lösung M07-A8

- Man bildet eine Gerade $g$ mit dem Aufpunkt $P$ und dem Normalenvektor $\vec{n}$ von $E$ als Richtungsvektor.
- Man schneidet die Gerade $g$ mit der Ebene $E$ und erhält den Lotfußpunkt $L$.
- Die Koordinaten des Spiegelpunktes $P'$ erhält man dann über: $\overrightarrow{OP^*} = \overrightarrow{OP} + 2 \cdot \overrightarrow{PL}$.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de