Lösung M11-A1

$f(x) = \frac{2+3x}{e^{\sqrt{x}}}$ Quotientenregel erforderlich

---

$f'\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

$u = 2 + 3x$ $u' = 3$

$v = e^{\sqrt{x}}$ $v' = \frac{1}{2\sqrt{x}} e^{\sqrt{x}}$

$f'(x) = \frac{3e^{\sqrt{x}} - \frac{(2+3x)\cdot e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}}{e^x} = \frac{6\sqrt{x}e^{\sqrt{x}} - 2e^{\sqrt{x}} - 3xe^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}e^x} = \frac{6\sqrt{x} - 2 - 3x}{2\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}}$

Lösung M11-A2

$f(x) = 2x^2 + 5x - 3 - \frac{4}{\sqrt{x}}$ Potenzregel

$F(x) = \int \left(2x^2 + 5x - 3 - \frac{4}{\sqrt{x}}\right) dx = \frac{2}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 3x - 8\sqrt{x} + C$

Lösung M11-A3

$e^{4x} + e^{3x} = 6 \cdot e^{2x}$. Faktorisieren, Substitution

---

$e^{2x}(e^{2x} + e^x - 6) = 0$ | Faktorisieren

$e^{2x} = 0 \quad \mathbb{L} = \{\}$ | 1. Faktor

$e^{2x} + e^x - 6 = 0$ | 2. Faktor

Substitution:

$e^x = z$

$z^2 + z - 6 = 0$ | quadratische Gleichung

$z_{1,2} = -0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25 + 6}$ | p/q-Formel

$z_{1,2} = -0{,}5 \pm \sqrt{6{,}25} = -0{,}5 \pm 2{,}5$

$z_1 = 2; \quad z_2 = -3$

Resubstitution:

$e^{x_1} = 2 \quad \Rightarrow \quad x_1 ln(e) = ln(2) \quad \Rightarrow \quad x_1 = ln(2)$

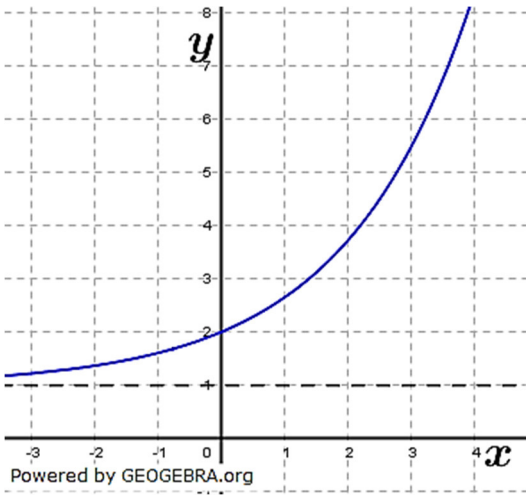
$e^{x_2} = -3 \quad \Rightarrow \quad \mathbb{L} = \{\}$

$\mathbb{L} = \{ln(2)\}$

Lösung M11-A4

<u>Klausuraufschrieb</u>

a) Schnittpunkt y-Achse:
$S_y(0|3)$
Schnittpunkt x-Achse:
keine
waagrechte Asymptote:
$y = 1$



b) $f'(x) = 2$:

$f'(x) = \frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}x}$

$\frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}x} = 2$

$e^{\frac{1}{2}x} = 4$

$\frac{1}{2}x = ln(4)$

$x = 2 \cdot ln(4)$

Der Funktionsgraph hat an der Stelle $x_0 = 2ln(4)$ die Steigung $m = 2$.

Lösung M11-A5

a) *Das Schaubild von f hat bei $x = -2$ einen Tiefpunkt.*
Die Aussage ist falsch. Das Schaubild der Ableitungsfunktion f' hat an der Stelle $x = -2$ einen Extrempunkt. Nur Wendestellen einer Stammfunktion führen zu Extremstellen bei der Ableitungsfunktion. Wegen des Berührpunkts von f' mit der x–Achse liegt in f sogar ein Sattelpunkt vor.

b) *Das Schaubild von f hat für $-3 \leq x \leq 6$ genau zwei Wendepunkte.*
Die Aussage ist wahr. f' hat im angegebenen Intervall genau zwei Extremstellen, die bei f zu Wendepunkten führen.

c) *Das Schaubild von f verläuft im Schnittpunkt mit der y–Achse steiler als die erste Winkelhalbierende.*
Die Aussage ist wahr. Aus dem Schaubild von f' liest man für $x_0 = 0$ die Steigung $m = 4$ von f ab. Die 1. Winkelhalbierende hat die Steigung $m = 1$.

d) $f(0) > f(5)$.
Die Aussage ist falsch. Die Ableitungskurve f' verläuft im angegebenen Intervall oberhalb der x–Achse, f ist in diesem Intervall somit streng monoton steigend. $f(0)$ muss somit kleiner als $f(5)$ sein.

Lösung M11-A6

<u>Lösungslogik</u>

a) Die Länge von zwei Seiten muss gleich lang sein, die dritte Seite ist dann die Basis des gleichschenkligen Dreiecks.

b) Der Punkt muss von der Basisseite genau denselben Abstand haben, wir der Abstand des Punktes gegenüber der Basis zur Basis.

c) Wir berechnen die Fläche des Dreiecks über die Formel:
$A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \cdot |\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}|$

<u>Klausuraufschrieb</u>

a) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -5-(-7) \\ 3-0 \\ 1-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -4-(-7) \\ 0-0 \\ -1-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -4-(-5) \\ 0-3 \\ -1-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{4+9+0} = \sqrt{13}$; $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{9+0+4} = \sqrt{13}$

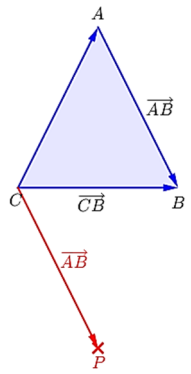
$|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{1+9+4} = \sqrt{14}$

Wegen $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$ ist das Dreieck ABC gleichschenklig mit der Basis $\overline{BC}$.

b) $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{AB}$

$$\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} -4+2 \\ 0+3 \\ -1+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Der Punkt P hat die Koordinaten $P(-2|3|1)$.



c) $A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \cdot |\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| = \frac{1}{2} \cdot \left| \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \right|$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left| \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \\ -9 \end{pmatrix} \right| = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{36+16+81} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{133}$$

Das Dreieck ABC ist $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{133}\, FE$ groß.

Lösung M11-A7

Bernoulli-Experiment mit $n = 3$, $p = 0{,}9$ für Treffer.

a) A: „Mit den ersten drei Würfen dreimal treffen".

$P(A) = \binom{3}{3} \cdot 0{,}9^3 \cdot 0{,}1 = 0{,}0729 \approx 7{,}3\,\%$

b) $P(A) = 0{,}1^5$:

A: „Bei 5 Würfen genau fünfmal Treffen bei $p = 0{,}1$ für Treffer."

$P(B) = \binom{30}{25} 0{,}9^{25} \cdot 0{,}1^5$

B: „Bei 30 Würfen genau fünfmal Treffen bei $p = 0{,}1$ für Treffer."

Lösung M11-A8

Die Gerade h hat denselben Aufpunkt wie die Gerade g.
Der Richtungsvektor von g sei $\vec{u}$, der von h sei $\vec{v}$.
Für den Richtungsvektor $\vec{v}$ muss gelten, dass er sowohl orthogonal zum Vektor $\vec{u}$ als auch zum Normalenvektor $\overrightarrow{n_E}$ stehen muss.
Über die beiden Bedingungen $\vec{v} \circ \vec{u} = 0$ und $\vec{v} \circ \overrightarrow{n_E} = 0$ lässt sich $\vec{v}$ bestimmen.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de