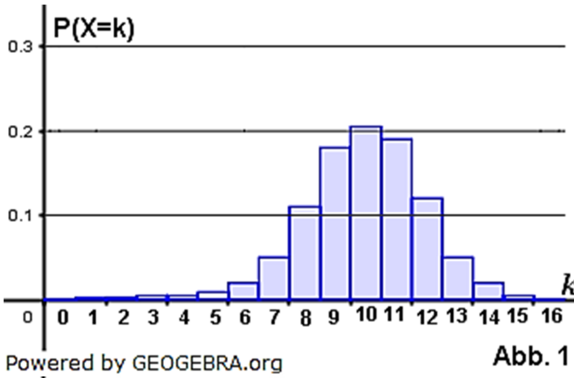
Abituraufgaben Stochastik (Pflichtteil) ab 2019
Dokument mit 3 Aufgaben

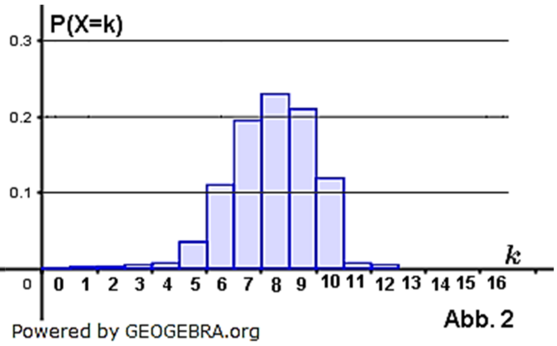
Aufgabe A7/2019

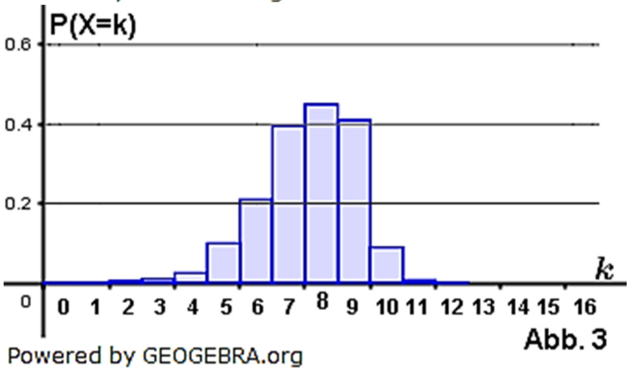
In einer Urne sind eine rote, eine weiße und drei schwarze Kugeln. Es wird so lange ohne Zurücklegen gezogen, bis man eine schwarze Kugel zieht.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:
A: „Man zieht genau zwei Kugeln".
B: „Unter den gezogenen Kugeln befindet sich die rote Kugel".
(Quelle Abitur BW 2019)

Aufgabe A7/2019N

In einer Urne befinden sich blaue und rote Kugeln, insgesamt 15 Stück. Es wird 12 mal zufällig eine Kugel mit Zurücklegen gezogen. Die Zufallsvariable X zählt die Anzahl der gezogenen roten Kugeln. Eine der drei folgenden Abbildungen zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X an.







a) Begründen Sie, dass Abbildung 1 und Abbildung 3 nicht die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X darstellen.
b) Der Erwartungswert von X ist ganzzahlig.
Bestimmen Sie die Anzahl der roten Kugeln in der Urne.
(Quelle Abitur BW 2019 Nachtermin)

Aufgabe A8/2020

Auf einem Tisch liegen verdeckt vier rote und zwei schwarze Karten, mit denen Anna und Bernd das folgende Spiel spielen:
Anna deckt in der ersten Runde nacheinander zwei Karten auf und legt sie nebeneinander auf den Tisch. Ist darunter mindestens eine schwarze Karte, dann gewinnt Anna und das Spiel ist beendet. Andernfalls deckt Bernd nacheinander zwei der übrigen Karten auf. Deckt er dabei mindestens eine schwarze Karte auf, so gewinnt er, ansonsten gewinnt Anna.
Bestimmen Sie für die folgenden Ereignisse jeweils die Wahrscheinlichkeit:
A: Anna gewinnt das Spiel in der ersten Runde.
B: Anna gewinnt das Spiel.
(Quelle Abitur BW 2020)

Lösung A7/2019

Aufstellung der Ergebnisräume und Berechnung der Wahrscheinlichkeit.

A: „Man zieht genau zwei Kugeln".

$S(A)=\{\bar{s};s\}$

$P(A)=P(\bar{s};s)=\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}=30\ \%$

B: „Unter den gezogenen Kugeln befindet sich die rote Kugel".

$S(B)=\{(r;s),(r;w;s),(w;r;s)\}$

$P(B)=P(r;s)+P(r;w;s)+P(w;r;s)=\frac{1}{5}\cdot\frac{3}{4}+\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{4}\cdot 1+\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{4}\cdot 1$

$P(B)=\frac{3}{20}+\frac{1}{20}+\frac{1}{20}=\frac{5}{20}=\frac{1}{4}=25\ \%$

Lösung A7/2019N

a) Abbildung 1 zeigt einen Stichprobenumfang von $k=16$. Laut Aufgabenstellung ist $k=12$.
Die Summe der abgebildeten Wahrscheinlichkeiten bei Abbildung 3 ist größer als 1.

b) Aus Abbildung 2 geht hervor: $\mu=n\cdot p=8$
Mit $n=12$ ergibt sich $p=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$.
Von 15 Kugeln sind $\frac{2}{3}$ Kugel rot, also somit 10 rote Kugeln.

Lösung A8/2020

Beim Spiel handelt es sich um Ziehen ohne Zurücklegen.

$P(s)=\frac{2}{6};\quad P(r)=\frac{4}{6}$ jeweils im ersten Zug.

A: „Anna gewinnt das Spiel in der ersten Runde".

$S(A)=\{\bar{s}s,s\bar{s},ss\}$

$P(A)=P(\bar{s}s,s\bar{s},ss)=1-P(\overline{ss})=1-\frac{4}{6}\cdot\frac{3}{5}=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}=60\ \%.$

B: „Anna gewinnt das Spiel".

Anna gewinnt entweder in der ersten oder in der ersten Runde nicht und in der zweiten Runde.
In der zweiten Runde sind nur noch zwei rote und 2 schwarze Karten im Spiel.
Es sei C: „Bernd gewinnt das Spiel".

$S(C)=\{\bar{s}s,s\bar{s},ss\}$

$P(C)=P(\bar{s}s,s\bar{s},ss)=1-P(\overline{ss})=1-\frac{2}{4}\cdot\frac{1}{3}=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

$P(\overline{C})=\frac{1}{6}$

$P(B)=P(A)+P(\overline{A}\cap\overline{C})=\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{6}=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$