Abitur allg. Gymnasium Wahlteil Stochastik 2019 Nachtermin BW

Lösung C1

Lösungslogik

a) Binomialverteilungen mit Berechnung der Wahrscheinlichkeiten mittels WTR.
b) Aufgabe zum Erwartungswert.
c) Linksseitiger Hypothesentest.
d) Berechnung des prozentualen Anteils grüner Seiten.

Klausuraufschrieb

a) Holzkörper-Würfe mit $n = 8$.

A: „Die Zahl 2 wird nicht geworfen."

Die Wahrscheinlichkeit für 2 ist $\frac{1}{12}$

$B_{8;\frac{1}{12}}(X = 0) \overset{\text{WTR}}{\approx} 0{,}4985$

B: „Die Zahl 1 wird mindestens dreimal geworfen."

Die Wahrscheinlichkeit für 1 ist $\frac{5}{12}$

$B_{8;\frac{5}{12}}(X \geq 3) = 1 - B_{8;\frac{5}{12}}(X \leq 2) \overset{\text{WTR}}{\approx} 0{,}7185$

C: „Es werden genau sechs ungerade Zahlen geworfen und dies folgen unmittelbar aufeinander."

Die Wahrscheinlichkeit für ungerade Zahlen ist $\frac{9}{12}$

Der Pfad kommt insgesamt nur dreimal vor. Somit:

$P(C) = 3 \cdot \left(\frac{9}{12}\right)^6 \cdot \left(\frac{3}{12}\right)^2 \overset{\text{WTR}}{\approx} 0{,}0334$

b) Wahrscheinlichkeit für Augensumme höchstens 4 bei 3 Würfen:

$\Omega = \{111; 112; 121; 211\}$

$P(Augensumme \leq 4) = \left(\frac{5}{12}\right)^3 + 3 \cdot \left(\frac{5}{12}\right)^2 \cdot \frac{1}{12} = 0{,}1157$

$E(X) = 4 \cdot 0{,}1157 - 1 * (1 - 0{,}1157) = -0{,}4213$

Die Klasse kann durchschnittlich mit einem Gewinn von $0{,}42$ € pro Spiel rechnen.

c) $H_0: p_0 \geq \frac{1}{3}$; $H_1: p_1 < \frac{1}{3}$

$p_1 < p_0$ ➔ linksseitiger Test

$\overline{A} = [0; k]$; $A = [k + 1; 100]$; $\alpha = 0{,}05$

$B_{100;\frac{1}{3}}(X \leq k) \leq 0{,}05$

$\mu = n \cdot p = 100 \cdot \frac{1}{3} = 33{,}33$

$\sigma = \sqrt{\mu \cdot (1 - p)} = \sqrt{33{,}33 \cdot \frac{2}{3}} = 4{,}7 \approx 5$

$k_{Start} = \mu - 1{,}5\sigma = 33 - 7 = 26$

k	$B_{100;\frac{1}{3}}(X \leq k)$
26	$0{,}0714$
25	$0{,}045$

Fällt höchstens 25 mal die 3, so wird die Nullhypothese verworfen.

Abitur allg. Gymnasium Wahlteil Stochastik 2019 Nachtermin BW

d) *Anzahl grüner Seiten:*

$B_{10;p}(X \geq 8) < 0{,}15$

$B_{10;p}(X \leq 7) > 0{,}85$

p	$B_{10;p}(X \leq 7)$
0,5	0,9453
0,6	0,8327
0,54	0,911
0,55	0,90
0,56	0,88
0,57	0,87
0,58	0,86
0,59	0,84

Die Wahrscheinlichkeit für grüne Seiten darf höchstens $0{,}58$ sein.

$0{,}58 \cdot 12 = 6{,}96$

Die Anzahl grüner Seiten darf höchstens 7 sein.

Lösung C2

Lösungslogik

a) Binomialverteilungen mit Berechnung der Wahrscheinlichkeiten mittels WTR.
b) Berechnung eines Stichprobenumfangs der Binomialverteilung.
c) Berechnung eines Erwartungswertes.
d) Formulierung eines Hypothesentests.

Klausuraufschrieb

a) Bauteilkontrolle mit $n = 100$ und $p = 0{,}2$ für defekte Teile.

A: „Genau 20 Bauteile sind defekt.“

$B_{100;0,2}(X = 20) = \overset{\text{WTR}}{\approx} 0{,}0993$

B: „Es sind mindestens 15, aber weniger als 26 Bauteile defekt.“

$B_{100;0,2}(15 \leq X \leq 25) = B_{100;0,2}(X \leq 25) - B_{100;0,2}(X \leq 14) \overset{\text{WTR}}{\approx} 0{,}8321$

C: „Genau 19 Bauteile sind defekt, darunter auch das zuerst untersuchte.“

$P(C) = 0{,}2 \cdot B_{100;0,2}(X = 18) \overset{\text{WTR}}{\approx} 0{,}01818$

b) *Berechnung eines Stichprobenumfangs:*

$B_{n;0,8}(X \geq 5) \geq 0{,}99$

$B_{n;0,8}(X \leq 4) < 0{,}01$

n	$B_{n;0,8}(X \leq 4)$
10	0,00637
09	0,0196
08	0,0563

Der Händler muss mindestens 10 Bauteile untersuchen.

Abitur allg. Gymnasium Wahlteil Stochastik 2019 Nachtermin BW

c) *Berechnung eines Erwartungswertes.*
Wahrscheinlichkeit Option 1 und defekt:
$p = 0{,}3 \cdot 0{,}2$
Wahrscheinlichkeit Option 1 und intakt:
$p = 0{,}3 \cdot 0{,}8$
Wahrscheinlichkeit Option 2
$p = 0{,}7$
$E(X) = -4{,}0 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}2 + 4{,}0 \cdot 03 \cdot 0{,}8 + 3{,}0 \cdot 0{,}7 = 2{,}82$
Die durchschnittlichen Einnahmen des Händlers betragen $2{,}82$ € *pro Bauteil.*

d) $H_0: p_0 \leq 0{,}2$; $H_1: p_1 > 0{,}2$
$p_1 > p_0$ ➔ rechtsseitiger Test
$A = [0; k-1]$; $\overline{A} = [k; 200]$; $\alpha = 0{,}05$
$B_{200;0,2}(X \geq k) \leq 0{,}05$
$B_{200;0,2}(X \leq k-1) > 0{,}95$
$\mu = n \cdot p = 200 \cdot 0{,}2 = 40$
$\sigma = \sqrt{\mu \cdot (1-p)} = \sqrt{40 \cdot 0{,}8} = 5{,}65$
$k_{Start} = \mu + 1{,}5\sigma = 40 + 8{,}49 \approx 48$

$k-1$	$B_{200;0,2}(X \leq k-1)$
48	0,9309
49	0,9506

$k - 1 = 49$
$k = 50$
Wenn mindestens 50 *Bauteile defekt sind, wird die Nullhypothese abgelehnt.*