Abitur-Musteraufgaben Wahlteil Stochastik Satz 02

Lösung M02C1

Lösungslogik

a) *Verschiedene Wahrscheinlichkeiten:*
Alle zwei Ereignisse sind Binomialverteilungen. Aufstellung der jeweiligen Bernoulli-Formel und Berechnung mittels WTR.

b) *Anzahl durchzuführender Spiele:*
Gesucht wird der Stichprobenumfang n Glücksraddrehungen, damit die Wahrscheinlichkeit, mindestens einmal die Farbe Blau zu erhalten größer ist als $0{,}99$.
Die zugehörige Bernoulliformel lautet : $B_{n;0,25}(X \geq 1) > 0{,}99$.

c) *Wahrscheinlichkeit für Verlust bei einmaligem Spiel:*
Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit für drei verschiedene Farben.

d) *Wahrscheinlichkeit p für gelb damit größter Verlust entsteht:*
Wir ordnen die Wahrscheinlichkeiten neu gemäß Aufgabenstellung und berechnen erneut die Wahrscheinlichkeit für drei verschiedene Farben.

Klausuraufschrieb

a) *Verschiedene Wahrscheinlichkeiten:*

$P(A) = B_{10;0,25}(X = 4) \overset{\text{WTR}}{\approx} 0{,}146$

$P(B) = B_{10;0,25}(X \geq 4) = 1 - B_{10;0,25}(X \leq 3) \overset{\text{WTR}}{\approx} 0{,}2241$

b) *Anzahl durchzuführender Spiele:*

$B_{n;0,25}(X \geq 1) > 0{,}99$

$1 - B_{n;0,25}(X = 0) > 0{,}99 \quad | \quad +B_{n;0,25}(X = 0);\ -0{,}99$

$0{,}01 > B_{n;0,25}(X = 0)$

$\binom{n}{0} \cdot 0{,}25^0 \cdot 0{,}75^n < 0{,}01$

$1 \cdot 1 \cdot 0{,}75^n < 0{,}01 \quad | \quad ln$

$n \cdot ln(0{,}75) < ln(0{,}01) \quad | \quad : ln(0{,}45)$

$n > \frac{\ln(0{,}01)}{\ln(0{,}75)} \overset{\text{WTR}}{\approx} 16$

Man muss 16 Mal spielen.

c) *Wahrscheinlichkeit für Verlust bei einmaligem Spiel:*

C: „Es treten drei verschiedene Farben auf.“

$P(C) = 3! \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{6}{32} = \frac{3}{16} \approx 0{,}188$

Die Wahrscheinlichkeit für Verlust bei einmaligem Spiel beträgt $\frac{3}{16}$.

d) $P(gelb) = p; \quad P(rot) = 2P; \quad p(blau) = 1 - p - 2p = 1 - 3p$

$P(C) = 3! \cdot p \cdot 2p \cdot (1 - 3p) = 12p^2(1 - 3p) = 12p^2 - 36p^3$

$P'(C) = 24p - 108p^2$

$24p - 108p^2 = 0$

$12p(2 - 9p) = 0$

$p_1 = 0; \quad p_s = \frac{2}{9}$

$P''(C) = 24 - 216p$

$P''(0) > 0$ ==> Tiefpunkt, Minimum

$P''\left(\frac{2}{9}\right) < 0$ ==> Hochpunkt, Maximum

Für $P(gelb) = \frac{2}{9}$ ist die Wahrscheinlichkeit für Verlust am größten.