Abitur-Musteraufgaben Wahlteil Stochastik Satz 07

Lösung M07C1

Lösungslogik

a) Ereignis A ist ein Bernoulli-Experiment mit $B_{10;0,4}(X=5)$, die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der gefallenen 1-en an, Berechnung per WTR.
Der Ereignisraum für Ereignis B ist $\Omega = \{(2;8),(8;2)\}$. Berechnung der Wahrscheinlichkeit gemäß der erste und zweiten Pfadregel.
Ereignis C ist ein Bernoulli-Experiment mit $B_{10;\frac{1}{20}}(X \geq 1)$, die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der gedrehten Doppel-Acht an. Berechnung per WTR über das Gegenereignis.

b) Bernoulli-Experiment mit $B_{n;\frac{1}{20}}(X \geq 1) > 0{,}95$, die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der gedrehten Doppel-Acht an. Gesucht wird die Mindestanzahl der Drehungen des Glücksrades.

c) Berechnung des Erwartungswertes $E(X)$.

d) Bernoulli-Experiment mit $B_{10;\frac{1}{5}\cdot p_2}(X \geq 1) \leq 0{,}25$, die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der gedrehten Doppel-Acht an. Gesucht wird die Wahrscheinlichkeit für eine 8 bei Glücksrad G_2.

Klausuraufschrieb

a) A: Das Glücksrad G_1 zeigt genau fünf Mal die Zahl 1.

$$P(G_1 = 1) = \frac{2}{5} \Longrightarrow \ B_{10;0,4}(X=5) \overset{\text{WTR}}{\approx} 0{,}201$$

B: Beim ersten Spiel beträgt die Summe der beiden angezeigten Zahlen 10.

$\Omega = \{(2;8),(8;2)\}$

$$P(\Omega\,) = \frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{10}+\frac{1}{10} = \frac{1}{5} = 20\ \%$$

C: Der Spieler erhält mindestens einmal den Hauptgewinn.

$$B_{10;\frac{1}{20}}(X \geq 1) = 1 - B_{10;\frac{1}{20}}(X=0) \overset{\text{WTR}}{\approx} 0{,}401$$

b)
$$B_{n;\frac{1}{20}}(X \geq 1) > 0{,}95$$
$$1 - B_{n;\frac{1}{20}}(X=0) > 0{,}95$$
$$B_{n;\frac{1}{20}}(X=0) < 0{,}05$$
$$\binom{n}{0}\cdot\left(\frac{1}{20}\right)^0\cdot\left(\frac{19}{20}\right)^n < 0{,}05$$
$$\left(\frac{19}{20}\right)^n < 0{,}05 \qquad | \quad ln$$
$$n \cdot ln\left(\frac{19}{20}\right) < ln(0{,}05) \qquad | \quad : ln\left(\frac{19}{20}\right)$$
$$n > \frac{ln(0{,}05)}{ln\left(\frac{19}{20}\right)} = 58{,}4$$

Man muss mindestens 59 *Mal spielen.*

c) *Berechnung des Erwartungswertes:*
Wahrscheinlichkeiten der Gewinnsituationen:

„1"-„1" $\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}=\frac{2}{20}$

„2"-„2" $\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2}{10}$

„8"-„8" $\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{20}$

X_i	$0{,}00$ €	$2{,}00$ €	$14{,}00$ €	$-2{,}00$
p_i	$\frac{2}{20}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{13}{20}$
$X_i \cdot p_i$	$0{,}00$	$0{,}40$	$0{,}70$	$-1{,}30$
$\sum_{i=1}^{4} X_i \cdot p_i$	$0{,}00+0{,}40+0{,}70-1{,}30=-0{,}20$			

Wegen $E(X)=\sum_{i=1}^{4} X_i \cdot p_i=-0{,}20$ *verdient der Spielebetreiber auf lange Sicht gesehen* $0{,}20$ € */ Spiel.*

d) $B_{10;\frac{1}{5}\cdot p_2}(X\geq 1)\leq 0{,}25$

$1-B_{10;\frac{1}{5}\cdot p_2}(X=0)\leq 0{,}25$

$B_{10;\frac{1}{5}\cdot p_2}(X=0)\geq 0{,}75$

$\binom{10}{0}\cdot\left(\frac{p}{5}\right)^0\cdot\left(1-\frac{p}{5}\right)^{10}\geq 0{,}75$

$\left(1-\frac{p}{5}\right)^{10}\geq 0{,}75 \qquad | \quad \sqrt[10]{\ }$

$1-\frac{p}{5}\geq\sqrt[10]{0{,}75}$

$\frac{p}{5}\leq 1-\sqrt[10]{0{,}75}$

$\frac{p}{5}\leq 0{,}0284$

$p\leq 0{,}0284\cdot 5=0{,}1418$

Maximaler Mittelpunktwinkel:

$\varphi_{max}=360\,°\cdot p=360\,°\cdot 0{,}1418\approx 51\,°$

Der Mittelpunktswinkel für die 8 *bei* G_2 *darf höchstens* $51\,°$ *betragen.*