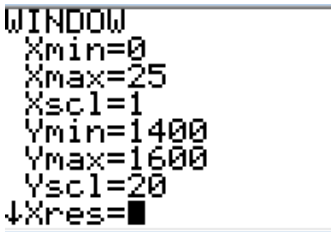
Abitur allg. bildendes Gymnasium Wahlteil Analysis 2005 BW

Aufgabe 1

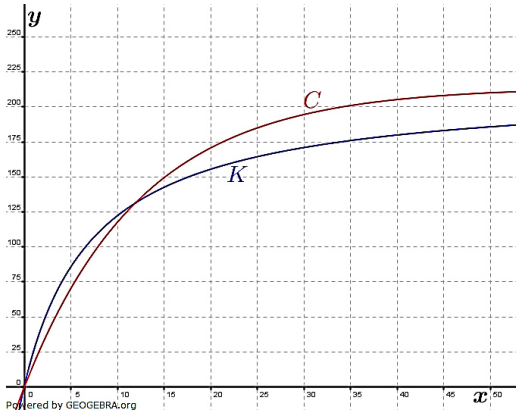
Lösungslogik

GTR-Einstellungen:

Y1=$(427X+15)/(2X+15)$
Y2=$\int_0^X (Y1(X))dX$
Y3=1500
Y4=$214-214*e^{-.08X}$
Y5=$Y1-Y4$
Y6=$\int_0^X (Y1(X)-Y4(X))dX$



a) *Bestimmung von a und b:*
Wir machen eine Punktprobe mit den Werten der ersten und fünften Woche, erhalten ein LGS mit zwei Gleichungen und zwei Unbekannten, welches wir nach a und b auflösen.
Entwicklung der Verkaufszahlen und Gründe:
Siehe Klausuraufschrieb.



b) *Verkaufszahlen erste 52 Wochen:*
Die Funktionsgleichung stellt die momentane Änderungsrate dar. Die Anzahl der verkauften Tuben in den ersten 52 Wochen entspricht der Fläche unter der Kurve in der Zeit von Verkaufsbeginn bis Ende KW 52.
Wir bilden das Integral unter f in den Grenzen 0 bis 52.
Eine bessere Näherung erhalten wir in den Grenzen von $0{,}5$ und $52{,}5$.
Alternativ bestimmen wir den Schnittpunkt der Integralfunktion im Y2-Speicher mit der Parallelen zu x–Achse $y=1500$.

c) *Langfristige Verkaufszahlen Supermarkt B:*
Bei $g(x)$ handelt es sich um beschränktes Wachstum mit einer oberen Schranke von 214, was langfristig der Verkaufszahl entspricht.
Größter Vorsprung von Supermarkt A:
Aus dem Schaubild ergibt sich, dass Supermarkt A einen Verkaufsvorsprung vor Supermarkt B bis zum Schnittpunkt der beiden Funktionsgraphen besitzt. Wir bilden $f(x)\cap g(x)$ und bestimmen den Schnittpunkt der beiden Graphen.
Zeitpunkt gleich viel verkaufter Tuben:
Die beiden Märkte haben dann gleich viele Tuben verkauft, wenn die Differenz aus der Anzahl verkaufter Tuben von Supermarkt B und Supermarkt A im Intervall $[12;x_2]$ gleich der Vorsprungmenge von Supermarkt A ist. Es gilt:

$\int_0^{12}(f(x)-g(x))dx=\int_{12}^{x_2}(g(x)-f(x))dx$ bzw.
$\int_0^{x_2}(f(x)-g(x))dx=0$

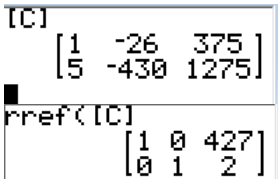
Bestimmung von x_2 über die Wertetabelle des GTR für die im Y6–Speicher stehende Integralfunktion.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Abitur allg. bildendes Gymnasium Wahlteil Analysis 2005 BW

Klausuraufschrieb

a) *Bestimmung von a und b:*



$W1(1|26)$ $\quad W5(5|86)$

Punktprobe von $W1$ und $W5$ mit $f(x)$:

(1) $\frac{a+15}{b+15} = 26$

(2) $\frac{5a+15}{5b+15} = 86$

(1) $a - 26b = 375$

(2) $5a - 430b = 1275$

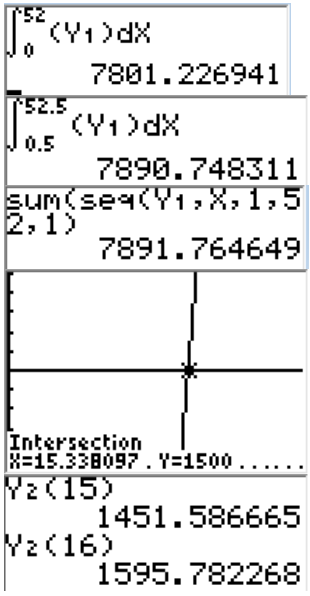
$a \overset{GTR}{=} 427; \quad b \overset{GTR}{=} 2$

Funktionsterm: $f(x) = \frac{427x+15}{2x+15}$

Gründe für diese Entwicklung:

Bei Neueinführung eines Produktes sorgt entsprechende Werbung mit Gewährung von Sonderpreisen für das Bekanntwerden. Immer mehr Kunden greifen zum neuen Produkt. Im Verlaufe der Zeit tritt eine Marktsättigung für das Produkt ein, es kommen immer weniger Stammkunden für das Produkt hinzu und es pendelt sich eine obere Verkaufsgrenze ein.

b) *Verkaufszahlen erste 52 Wochen:*



$N = \int_0^{52} f(x)dx \overset{GTR}{\approx} 7801$ oder

$N = \int_{0,5}^{52,5} f(x)dx \overset{GTR}{\approx} 7891$ oder

$N = \sum_{i=1}^{52} f(i) \overset{GTR}{\approx} 7891$

In den ersten 52 Wochen verkauft der Supermarkt A nach diesem Modell etwa 7800 (bzw. 7890) Tuben.

Zeitpunkt, zu dem mehr als 1500 Tuben verkauft worden sind:

$\int_0^{x_0} f(x)dx \geq 1500 \Rightarrow x_0 \overset{GTR}{\approx} 16$ oder

$s_{15} \overset{GTR}{\approx} 1452 < 1500; \quad s_{16} \overset{GTR}{\approx} 1596 > 1500$

Im Verlaufe der 16. (15.) Woche wird die Marke von 1500 verkauften Tuben überschritten.

c) *Langfristig gesehen wöchentliche Verkaufszahlen von Supermarkt B:*

$g(x) = 214 - 214 \cdot e^{-0,08x}$

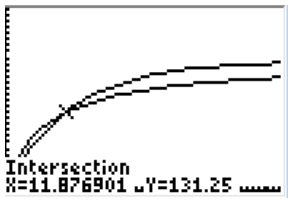
Wegen $\lim\limits_{x \to \infty} e^{-0,08x} = 0$ ist $\lim\limits_{x \to \infty} g(x) = 214$

Langfristig kann der Supermarkt nach diesem Modell mit ca. 214 verkauften Tuben pro Woche rechnen.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Abitur allg. bildendes Gymnasium Wahlteil Analysis 2005 BW

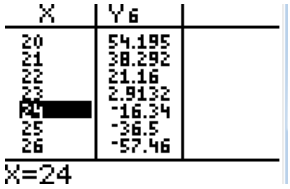
Größter Verkaufsvorsprung von Supermarkt A an insgesamt verkauften Tuben:



$f(x) \cap g(x) \Longrightarrow \; x_0 \overset{GTR}{\approx} 11{,}9$

Nach etwa 12 Wochen hat der Supermarkt A den größten Vorsprung an insgesamt verkauften Tuben.

Zeitpunkt, zu dem in beiden Supermärkten gleich viele Tuben verkauft wurden:



Es gilt:

$\int_0^{12}(f(x)-g(x))dx = \int_{12}^{x_2}(g(x)-f(x))dx$ bzw.

$\int_0^{x_2}(f(x)-g(x))dx = 0 \Longrightarrow \; x_2 \overset{GTR}{\approx} 23{,}7$

In beiden Supermärkten wurden etwa in KW23/KW24 gleich viele Tuben verkauft.

Aufgabe 1.2

Klausuraufschrieb

Beweis durch vollständige Induktion:

(1) Induktionsanfang:

Für $n = 1$ gilt:

$f'(x) = \frac{1 \cdot e^x - x \cdot e^x}{e^{2x}} = \frac{e^x \cdot (1-x)}{e^{2x}} = \frac{-(x-1)}{e^x} = \frac{(-1)^1 \cdot (x-1)}{e^x}$

Dies stimmt mit der angegebenen Formel überein.

(2) Induktionsschritt:

Induktionsannahme:

Für ein beliebiges $k \geq 1$ gelte $f^{(k)}(x) = \frac{(-1)^k \cdot (x-k)}{e^x} = (-1)^k \cdot \frac{x-k}{e^x}$.

Induktionsbehauptung:

Dann gilt auch $f^{(k)+1}(x) = \frac{(-1)^{k+1} \cdot (x-(k+1))}{e^x} = (-1)^{k+1} \cdot \frac{x-k-1}{e^x}$

Induktionsbeweis:

$f^{(k)+1}(x) = \left(f^{(k)}(x)\right)' = (-1)^k \cdot \frac{1 \cdot e^x - (x-k) \cdot e^x}{e^{2x}} = (-1)^k \cdot \frac{(e^x 1 - (x-k))}{e^{2x}}$

$= (-1)^k \cdot \frac{1-x+k}{e^x} = (-1)^k \cdot \frac{-(x-k-1)}{e^x} = (-1)^{k+1} \cdot \frac{x-k-1}{e^x}$ q.e.d.

Somit gilt die Aussage auch für $k+1$.

Insgesamt ist damit die Behauptung für alle $n \geq 1$ bewiesen.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

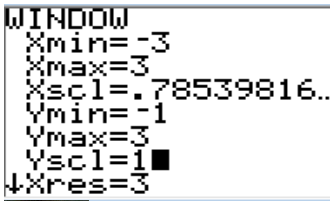
Abitur allg. bildendes Gymnasium Wahlteil Analysis 2005 BW

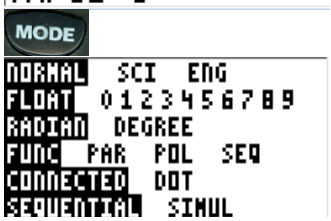
Aufgabe 2.1

Lösungslogik

GTR-Einstellungen:

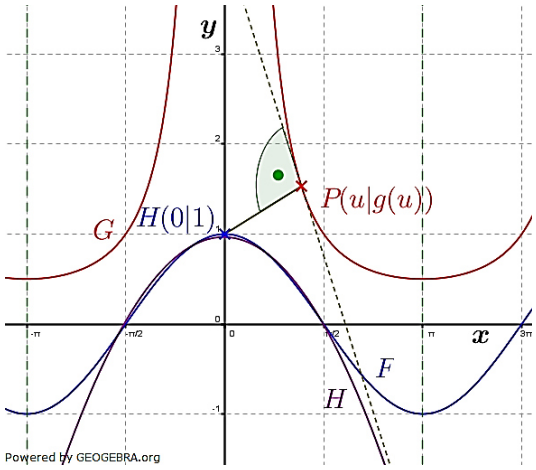
Y1=$cos(X)$
Y2=$1/(1-cos(X))$
Y3=$\sqrt{X^2+(Y2-1)^2}$
Y4=$X*\tan(X)$
Y5=1





Achtung: GTR-MODE muss auf ***RADIAN*** stehen →

a) *Größe der Fläche unter f:*
f ist eine Kosinuskurve, wir benötigen als erstes die beiden Nullstellen rechts und links der y–Achse.
Die Fläche unter der Kosinuskurve ist dann das Integral unter f in den Grenzen von linker Nullstelle bis rechter Nullstelle.



Ermittlung der quadratischen Funktion h:
Die quadratische Funktion hat dieselben Nullstellen wir die Kosinuskurve.
Die Nullstellenform ihrer Funktions-gleichung lautet:
$h(x)=a\cdot(x+x_1)\cdot(x-x_2)$ mit x_1 und x_2 als den beiden Nullstellen. Die Fläche unter der Parabel soll gleich groß sein, wie die Fläche unter der Kosinuskurve, also $\int_{x_1}^{x_2}(cos(x))\,dx=\int_{x_1}^{x_2}(a\cdot(x+x_1)\cdot(x-x_2))\,dx$.

b) *Punkte auf g, die vom Hochpunkt von f den kleinsten Abstand haben.*
Kleinster Abstand bedeutet, dass die Strecke $\overline{HP}$ auf der Tangenten an g in P senkrecht stehen muss (siehe Grafik).
Der Hochpunkt von f hat die Koordinaten $H(0|1)$. Der Punkt auf g hat die Koordinaten $P(u|f(u))$. Die Länge der Strecke $\overline{HP}$ errechnet sich über den Satz des Pythagoras aus $\overline{HP}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$.
Wegen $x_2=u$ und $y_2=f(u)$ erhalten wir daraus eine Funktion $\overline{HP}(u)$, (im Y3–Speicher) deren Minimum wir mit dem GTR bestimmen.

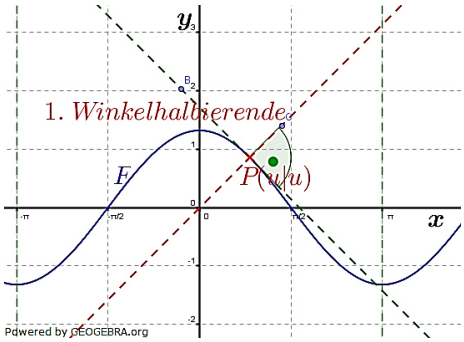
c) *Volumen Rotationskörper.*
Das Schaubild der gegebenen Funktionsgleichung ist eine unverschobene Kosinuskurve mit der Amplitude t.
Das Volumen errechnet sich aus:

$$V=\pi\cdot t^2\cdot\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}cos^2(x)dx$$

Wir berechnen das Volumen ohne Berücksichtigung von t mit dem GTR.
Die GTR-Lösung multipliziert mit t^2 ist dann das Volumen in Abhängigkeit von t.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Berechnung von t^*:



Die nebenstehende Grafik verdeutlicht die Situation. Wir schneiden die Gleichung der 1. Winkelhalbierenden $y = x$ mit der Kosinusfunktion $f_t(x) = t^* \cdot cos(x)$, d.h. $t^* \cdot cos(x) = x$ Die 1. Winkelhalbierende hat die Steigung $m = 1$, damit muss die Steigung der Tangente an f_{t^*} $m_{t^*} = -1$ sein. Hieraus wiederum folgt, dass $f'_{t^*}(x) = -1$ sein muss, also $-t^* \cdot sin(x) = -1$.

Für $t^* > 0$ kommt nur die Schnittstelle rechts der y–Achse in Frage.
In diesem Fall gilt $cos(x) > 0$ und wir lösen die Gleichung $t^* \cdot cos(x) = x$ nach t^* auf und erhalten $t^* = \frac{x}{cos(x)}$. Wir setzen t^* in $-t^* \cdot sin(x) = -1$ ein. Dies führt zu $\frac{x}{cos(x)} \cdot sin(x) = 1 \quad \Rightarrow \quad x \cdot tan(x) = 1$. Per GTR bestimmen wir den Schnittpunkt zwischen $y = x \cdot tan(x)$ und $y = 1$. Den ermittelten x–Wert setzen wir dann in $t^* = \frac{x}{cos(x)}$ ein und errechnen daraus t^*.

Klausuraufschrieb

a) *Größe der Fläche unter f:*

$cos(x) = 0 \Rightarrow \quad x_1 = -\frac{\pi}{2}; \quad x_2 = \frac{\pi}{2}$

$A = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,dx \overset{GTR}{=} 2$

Die Fläche, die das Schaubild von f mit der x–Achse einschließt ist $2\,FE$ groß.

Ermittlung der quadratischen Funktion h:

$h(x) = a \cdot \left(x + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \left(x - \frac{\pi}{2}\right) = ax^2 - a \cdot \frac{\pi^2}{4}$

$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} h(x)\,dx = 2$

$2 = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (ax^2 - a \cdot \frac{\pi^2}{4})dx = \left[\frac{ax^3}{3} - \frac{ax\pi^2}{4}\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{a\pi^3}{24} - \frac{a\pi^3}{8} - \left(-\frac{a\pi^3}{24} + \frac{a\pi^3}{8}\right) = \frac{a\pi^3}{12} - \frac{a\pi^3}{4} = -\frac{a\pi^3}{6}$

$\frac{12}{\pi^3} = -a \quad \Rightarrow \quad a = -\frac{12}{\pi^3}$

$h(x) = -\frac{12}{\pi^3}x^2 + \frac{3}{\pi}$

Die gesuchte Funktion h hat die Gleichung $h(x) = -\frac{12}{\pi^3}x^2 + \frac{3}{\pi}$.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

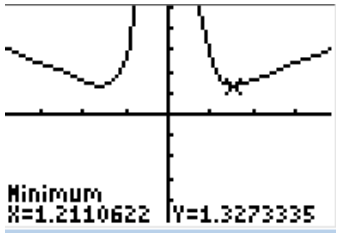
Abitur allg. bildendes Gymnasium Wahlteil Analysis 2005 BW

b) *Punkte auf g, die vom Hochpunkt von f den kleinsten Abstand haben.*

Hochpunkt $H(0|1)$, P auf g: $P(u|g(u))$

$\overline{HP} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(u-0)^2 + (g(u)-1)^2}$

$\overline{HP}$ ist somit eine Funktion von u mit einem Minimum.



$\overline{HP}(u) = \sqrt{u^2 + \left(\frac{1}{1-cos(u)} - 1\right)^2}$

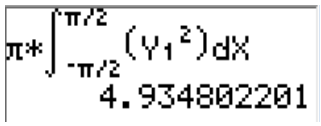
$\overline{HP}(u)_{min} \overset{GTR}{\approx} 1{,}32$ für $u_1 \overset{GTR}{\approx} -1{,}21$ und $u_2 \overset{GTR}{\approx} 1{,}21$.

$g(-1{,}21) = g(1{,}21) \overset{GTR}{\approx} 1{,}54$

Die Punkte auf g mit dem kleinsten Abstand zum Hochpunkt von f haben die Koordinaten $P(-1{,}21|1{,}54)$ und $P'(1{,}21|1{,}54)$.

c) *Volumen Rotationskörper:*

$V = \pi \cdot \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f_t(x)^2\, dx = \pi \cdot t^2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} cos^2(x)\, dx$



$\pi \cdot \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} cos^2(x)\, dx \overset{GTR}{\approx} 4{,}93 \implies V = 4{,}93t^2$

Das Volumen des Rotationskörpers in Abhängigkeit von t beträgt $V = 4{,}93t^2$.

Berechnung von t^*:

$y = x$ 1. Winkelhalbierende mit $m = 1$

Schnittpunkt von $f_t(x)$ mit $y = x$ hat die Koordinaten $P(u|f(u))$.

Tangente an $f_t(x)$ in P hat die Steigung $m = -1$. Daraus folgt:

$f_t'(u) = -t^* \cdot sin(u) = -1$

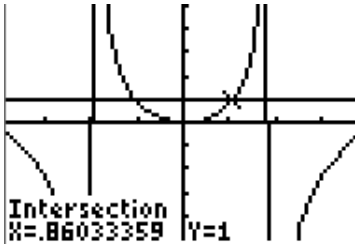
$f_t(x) \cap y = x$

$t^* \cdot cos(u) = u \implies t^* = \frac{u}{cos(u)}$

$t^* \longrightarrow f_t'(u)$

$\frac{u}{cos(u)} \cdot sin(u) = 1 \implies u \cdot tan(u) = 1$

$x \cdot tan(x) \cap y = 1$



$u \overset{GTR}{\approx} 0{,}86; \quad u \longrightarrow t^* \implies t^* = \frac{0{,}86}{cos(0{,}86)} \overset{GTR}{\approx} 1{,}32$

Für $t^* \approx 1{,}32$ schneidet das Schaubild von f_t die 1. Winkelhalbierende senkrecht.

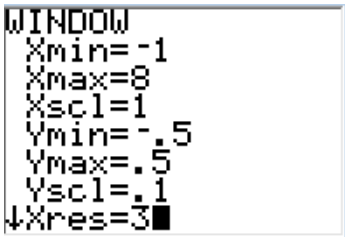
© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabe 2.2

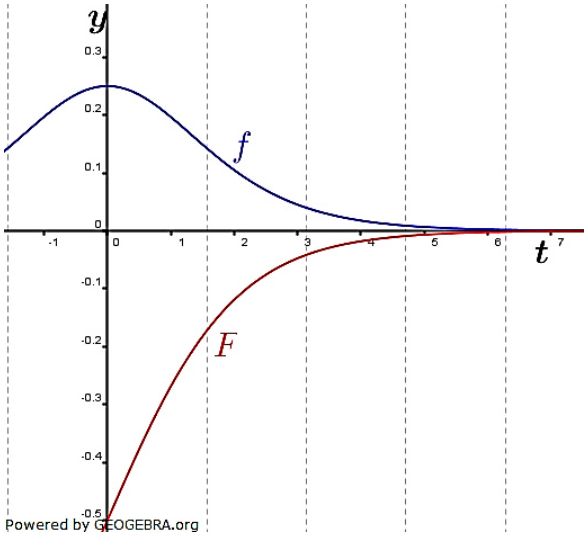
Lösungslogik

GTR-Einstellungen:

Y1=$e^X/((1+e^X)^2)$
Y2=$-1/(e^X+1)$



a) *Verhalten von $f(t)$ für $t \longrightarrow \infty$.*
Die höchste Potenz von e im Zähler ist kleiner als die höchste Potenz von e im Nenner. $f(t)$ hat somit die waagrechte Asymptote $y = 0$.
Monotonienachweis:
$f(t)$ hat einen einzigen Hochpunkt in $HP(0|1)$ (GTR).
Wegen der waagrechten Asymptote $y = 0$ für $t \longrightarrow \infty$ (siehe a)) ist $f(t)$ monoton fallend für $t > 0$.
Fischbestand abnehmend?:
Da $f(t)$ oberhalb der x–Achse verläuft, ist die Stammfunktion monoton steigend. Der Fischbestand ist also zunehmend.



b) *Nachweis, dass F eine Stammfunktion von f ist:*
Es muss gelten $F'(t) = f(t)$.
Fischbestand nach zwei Jahren:
Der Fischbestand entspricht der Fläche unter f von 0 bis 2.
$F(2) = F(0) - \int_0^2 f(t)\,dt$ mit $F(0) = 4$. (Aufgabenstellung)
Fischbestand langfristig:
Wegen $F(0) = 4$ muss $4 = \frac{-1}{1+1} + c$ sein. Daraus folgt: $c = 4{,}5$. $F(t)$ ist eine Funktion des beschränkten Wachstums, bei der der Faktor c die obere Schranke darstellt.

Klausuraufschrieb

a) *Verhalten von $f(t)$ für $t \longrightarrow \infty$:*
Exponent von e im Zähler kleiner als Exponent von e im Nenner, somit $\lim\limits_{t\to\infty} f(t) = 0$
$f(t)$ hat die waagrechte Asymptote $y = 0$.
Monotonienachweis:
$f(t)$ hat nur einen einzigen Hochpunkt in $HP(0|1)$ (GTR).
Wegen $\lim\limits_{t\to\infty} f(t) = 0$ ist f somit monoton fallend für $t > 0$.
Fischbestand abnehmend?
$f(t)$ ist die Änderungsrate und verläuft für $t > 0$ oberhalb der x–Achse. Die Stammfunktion ist also monoton steigend.
Der Fischbestand ist zunehmend.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

b) *Nachweis, dass F eine Stammfunktion von f ist:*

$F'(t) \stackrel{?}{=} f(t)$

$F'(t) = \frac{0-(-1)\cdot e^t}{(1+e^t)^2} = \frac{e^t}{(1+e^t)^2} = f(t)$

F ist eine Stammfunktion von f.

Fischbestand nach zwei Jahren:

$F(2) = 4 + \int_0^2 f(t)\,dt \overset{\text{GTR}}{\approx} 4{,}38$

Zwei Jahre nach Beobachtungsbeginn ist mit einem Bestand von $4{,}38$ Millionen Fischen zu rechnen.

Fischbestand langfristig:

$F(0) = 4 = \frac{-1}{1+1} + c \Longrightarrow \; c = 4{,}5$

Funktionsgleichung des Fischbestandes:

$F(t) = 4{,}5 - \frac{1}{e^t+1}$

$\lim\limits_{t\to\infty} F(t) = 4{,}5$

Langfristig ist ein Fischbestand von $4{,}5$ Millionen Fischen zu erwarten.

Aufgabe 2.3

Lösungslogik

Differentialgleichung:

Anfangsbestand ist 4000. Die Schranke beträgt $S = 7000$. Die Differenz ist somit 3000. Im ersten Jahr nimmt der Fischbestand um 400 Fische zu, dann sind $k = \frac{2600}{3000} = \frac{13}{15}$ des noch vorhandenen Platzes für weitere Zunahme verfügbar.

$g(t)$ sei der jeweilige Bestand zum Zeitpunkt t. Dann finden jeweils noch $7000 - g(t)$ Fische im Teich Platz. Es handelt sich also um beschränktes Wachstum mit $g'(t)$ als zugehöriger Differentialgleichung.

Bestimmung der Bestandsfunktion $g(t)$:

Eine Funktion, die beschränktes Wachstum beschreibt, hat die Form

$$g(t) = S - a \cdot k^t \text{ mit } S = 7000 \text{ und } k = \frac{13}{15}.$$

Gleichzeitig ist nach Aufgabenbeschreibung $g(0) = 4000$. Somit lässt sich a bestimmen.

Zeitpunkt für Fischbestand von 5000 Fischen:

Nachdem die Bestandsfunktion bekannt ist, lässt sich der Zeitpunkt eines Fischbestandes von 5000 Fischen bestimmen.

Anfangsbestand für 5000 Fische nach 5 Monaten:

Da die Wachstumsbedingungen unverändert sein sollen, muss gelten:

$$g(5) = 5000 = 7000 - a \cdot e^{-0{,}1431\cdot 5}$$

Hieraus errechnet sich der neue Anfangsbestand.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Abitur allg. bildendes Gymnasium Wahlteil Analysis 2005 BW

Klausuraufschrieb

Differentialgleichung:

Allgemeine Form einer Differentialgleichung ist $\frac{\Delta B}{\Delta t} = k \cdot \left(S - B(t)\right)$ mit $S = 7000$.

Damit ist $g'(t) = k \cdot \left(7000 - g(t)\right)$

Bestimmung der Bestandsfunktion $g(t)$:

$g(t) = S - a \cdot k^t$

$g(0) = 4000;\ \ S = 7000 \implies R_0 = 3000$ mit R_0 als noch verfügbare Zunahme zu Beobachtungsbeginn.

$g(1) = 4400;\ \ S = 7000 \implies R_1 = 2600$ mit R_1 als noch verfügbare Zunahme ein Jahr nach Beobachtungsbeginn.

$k = \frac{R_1}{R_0} = \frac{2600}{3000} = \frac{13}{15}$

$g(t) = 7000 - a \cdot \left(\frac{13}{15}\right)^t$

$g(0) = 4000 \implies 4000 = 7000 - a \cdot \left(\frac{13}{15}\right)^0 = 7000 - a$

$a = 3000$

$g(t) = 7000 - 3000 \cdot \left(\frac{13}{15}\right)^t = 7000 - 3000 \cdot e^{ln\left(\frac{13}{15}\right)t}$

$g(t) = 7000 - 3000 \cdot e^{-0{,}1431t}$

Zeitpunkt für Fischbestand von 5000 Fischen:

$g(t) = 5000 = 7000 - 3000 \cdot e^{-0{,}1431t}$

$2000 = 3000 \cdot e^{-0{,}1431t}$

$ln\left(\frac{2}{3}\right) = -0{,}1431t \quad \implies t \approx 2{,}833$

Nach etwa $2{,}8$ Monaten ergibt sich ein Fischbestand von 5000 Fischen.

Anfangsbestand für 5000 Fische nach 5 Monaten.

$g(5) = 5000 = 7000 - a \cdot e^{-0{,}1431 \cdot 5}$

$a = \frac{2000}{e^{-0{,}7155}} \approx 4090{,}42$

$g(0) = 7000 - 4090 \cdot e^{-0{,}1431 \cdot 0} = 2910$

Alternative Möglichkeit zur Bestimmung des Anfangsbestandes:

Nach der alten Bestandsfunktion ergaben sich nach $2{,}83$ Monaten 5000 Fische im Teich. Sollen sich erst nach 5 Monaten 5000 Fische im Teich befinden bei gleicher Wachstumsrate, so müssen wir die Wachstumsfunktion $g(t)$ um $2{,}17$ Einheiten nach rechts verschieben.

$$\begin{aligned} g(t - 2{,}17) &= 7000 - 3000 \cdot e^{-0{,}1431(t-2{,}17)} \\ &= 7000 - 3000 \cdot e^{-0{,}1431t + 0{,}3105} \\ &= 7000 - 3000 \cdot e^{0{,}3105} \cdot e^{-0{,}1431t} \\ &= 7000 - 4090 \cdot e^{-0{,}1431t} \end{aligned}$$

Weiter Berechnung von $g(0)$ wie vor.

Es müssen sich anfangs etwa 2900 Fische im Teich befinden, damit nach fünf Monaten 5000 Fische vorhanden sind.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de