Abitur allg. bildendes Gymnasium Wahlteil Analysis 2015 BW

Aufgabe A1

Der Laderaum eines Lastkahns ist $50\,m$ lang. Sein Querschnitt ist auf der gesamten Länge gleich und wird modellhaft beschrieben durch den Graphen der Funktion f mit

$$f(x) = \frac{1}{125}x^4;\ -5 \leq x \leq 5 \quad (x \text{ und } f(x) \text{ in Meter}).$$

a) Wie tief ist der Laderaum in der Mitte?
Wie breit ist er in $3\,m$ Höhe?
In welchem Bereich hat der Boden des Laderaums eine Neigung unter $5\,\%$?
Berechnen Sie das Volumen des Laderaums.

b) Zur Wartung steht der Lastkahn auf einer ebenen Plattform. Dort wird er stabilisiert durch gerade Stützen, die orthogonal zur Außenwand des Laderaums angebracht sind. Betrachtet werden zwei einander gegenüberliegende Stützen, deren Befestigungspunkte im Modell durch die Punkte $P_1(-4|f(-4))$ und $P_2(4|f(4))$, beschrieben werden.
In welchem Abstand voneinander enden diese Stützen auf der Plattform.

c) Der Laderaum kann durch eine horizontale Zwischendecke der Länge $50\,m$ in zwei Teilräume geteilt werden. Das Volumen des unteren Teilraums beträgt $500\,m^3$.
Berechnen Sie die Breite des Zwischendecks.

d) Untersuchen Sie, ob sich eine zylinderförmige Röhre mit Außendurchmesser $9{,}8\,m$ so in Längsrichtung in den Laderaum legen lässt, dass sie ihn an der tiefsten Stelle berührt.

Aufgabe A 2.1

Die Entwicklung einer Population in den Jahren 1960 bis 2020 läss sich durch zwei Funktionen modellhaft beschreiben.
Die Funktion g mit $g(t) = 400 + 20 \cdot (t+1)^2 \cdot e^{-0{,}1t}$ beschreibt die Geburtenrate und die Funktion s mit $s(t) = 600 + 10 \cdot (t-6)^2 \cdot e^{-0{,}09t}$ beschreibt die Sterberate der Population (t in Jahren seit Beginn des Jahres 1960, $g(t)$ und $s(t)$ in Individuen pro Jahr).

a) Bestimmen Sie die geringste Sterberate.
In welchem Jahr war die Differenz aus Geburten- und Sterberate am größten?
Bestimmen Sie den Zeitraum, in dem die Population zugenommen hat.

b) Zu Beginn des Jahres 1960 bestand die Population aus $20\,000$ Individuen.
Berechnen Sie den Bestand der Population zu Beginn des Jahres 2017.
In welchem Jahr erreichte die Population erstmals wieder den Bestand von 1960?

Betrachtet wird nun das Größenwachstum eines einzelnen Individuums der Population. Dies kann im Beobachtungszeitraum durch das Gesetz des beschränkten Wachstums modelliert werden. Man geht davon aus, dass dieses Individuum im ausgewachsenen Zustand $0{,}8\,m$ groß ist. Zu Beobachtungsbeginn betragen seine Größe $0{,}5\,m$ und seine momentene Wachstumsgeschwindigkeit $0{,}15\,m$ pro Jahr.

c) Bestimmen Sie die Gleichung einer Funktion, die die Körpergröße des Individuums in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt.
Wie viele Jahre nach Beobachtungsbeginn hat die Körpergröße des Individuums um $50\,\%$ zugenommen?

Abitur allg. bildendes Gymnasium Wahlteil Analysis 2015 BW

Aufgabe A 2.2

Gegeben sind ein Kreis mit Mittelpunkt $O(0|0)$ und die Funktion f mit $f(x)=\frac{4}{x^2+1}$.
Bestimmen Sie die Anzahl der gemeinsamen Punkte des Kreises mit dem Graphen von f in Abhängigkeit vom Kreisradius.