

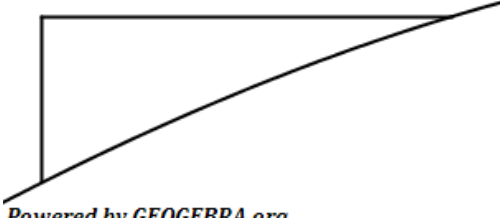


### Aufgabe A1.1

Der Graph der Funktion  $f$  mit

$$f(x) = -0,1x^3 + 0,5x^2 + 3,6$$

beschreibt modellhaft für  $-1 \leq x \leq 5$  das Profil eines Geländequerschnitts. Die positive  $x$ -Achse weist nach Osten,  $f(x)$  gibt die Höhe über dem Meeres-spiegel an (1 Längeneinheit entspricht 100 m).

- a) Auf welcher Höhe liegt der höchste Punkt des Profils?  
In dem Tal westlich dieses Punktes befindet sich ein See, der im Gelände-querschnitt an einer tiefsten Stelle 10 m tief ist. Bestimmen Sie die Breite des Sees im Geländequerschnitt.  
Ab einer Hangneigung von  $30^\circ$  besteht die Gefahr, dass sich Lawinen lösen. Besteht an der steilsten Stelle des Profils zwischen See und höchstem Punkt Lawinengefahr?
- b) Am Hang zwischen dem höchsten Punkt und dem westlich davon gelegenen Tal befindet sich ein in den Hang gebautes Gebäude, dessen rechteckige Seitenwand im Geländequerschnitt liegt. Die Abbildung zeigt den sichtbaren Teil dieser Seitenwand. Die Oberkante der Wand verläuft waagrecht auf 540 m Höhe. Von dieser Kante sind 28 m sichtbar.  
  
Untersuchen Sie, ob der Flächeninhalt des sichtbaren Wandteils größer als  $130 \text{ m}^2$  ist.
- c) Der weitere Verlauf des Profils nach Osten hin kann durch eine Parabel zweiter Ordnung modelliert werden, die sich ohne Knick an den Graphen von  $f$  anschließt. Ihr Scheitel liegt bei  $x = 6$  und beschreibt den tiefsten Punkt eines benachbarten Tals.  
Auf welcher Höhe befindet sich dieser Punkt?

### Aufgabe A1.2

Gegeben ist die Funktion  $h$  mit  $h(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{4}$ , deren Graph symmetrisch zur  $y$ -Achse ist.

Es gibt einen Kreis, der den Graphen von  $h$  in dessen Schnittpunkt mit der  $x$ -Achse berührt.

Berechnen Sie die Koordinaten des Mittelpunkts des Kreises.

## Aufgabe A2.1

In einem Skigebiet beträgt die Schneehöhe um 10:00 Uhr an einer Messstelle 150 cm. Die momentane Änderungsrate dieser Schneehöhe wird beschrieben durch die Funktion  $s$  mit

$$s(t) = 16e^{-0,5t} - 14e^{-t} - 2; \quad 0 \leq t \leq 12$$

( $t$  in Stunden nach 10:00 Uhr,  $s(t)$  in Zentimeter pro Stunde).

- a) Bestimmen Sie die maximale momentane Änderungsrate der Schneehöhe. Ermitteln Sie den Zeitraum, in dem die momentane Änderungsrate der Schneehöhe größer als 2 cm pro Stunde ist. Wie hoch liegt der Schnee um 12:00 Uhr?
- b) Bestimmen Sie einen integralfreien Funktionsterm, der die Schneehöhe zum Zeitpunkt  $t$  beschreibt. Zu welchen Uhrzeiten beträgt die Schneehöhe 153 cm?
- c) Um 12:30 Uhr werden nun Schneekanonen in Betrieb genommen. Sie liefern konstant so viel Schnee, dass sich die momentane Änderungsrate der Schneehöhe an der Messstelle um 1 cm pro Stunde erhöht. Um wie viele Stunden verlängert sich durch diese Maßnahme der Zeitraum, in dem die Schneehöhe zunimmt? Wie viele Zentimeter Schnee pro Stunde müssten die Schneekanonen ab 12:30 Uhr liefern, damit um 18:00 Uhr die Schneehöhe 160 cm betragen würde?

## Aufgabe A2.2

Für jedes  $a > 0$  ist eine Funktion  $g_a$  gegeben durch

$$g_a(x) = a \cdot \cos(a \cdot x); \quad -\frac{\pi}{2a} \leq x \leq \frac{\pi}{2a}$$

Der Graph von  $g_a$  schneidet die  $y$ -Achse in einem Punkt. Die Strecke von diesem Punkt zum Ursprung ist die Diagonale einer Raute. Die beiden Eckpunkte der Raute liegen auf dem Graphen von  $g_a$ .

- a) Bestimmen Sie für  $a = 3$  die Längen der beiden Diagonalen dieser Raute.
- b) Bestimmen Sie den Wert von  $a$ , für den die Raute ein Quadrat ist.