



Aufgabe B1

In einem Würfel mit den Eckpunkten $O(0|0|0)$, $P(10|10|0)$ und $S(0|0|10)$ befindet sich eine Pyramide mit einem Dreieck als Grundfläche und der Spitze S (vgl. Skizze).

Die Eckpunkte der Pyramidengrundfläche sind $A(10|6|0)$, $B(6|10|0)$ und $C(10|10|5)$.

- a) Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene E , in der die Grundfläche der Pyramide liegt. Welchen Winkel schließen die Grundflächen von Würfel und Pyramide ein?

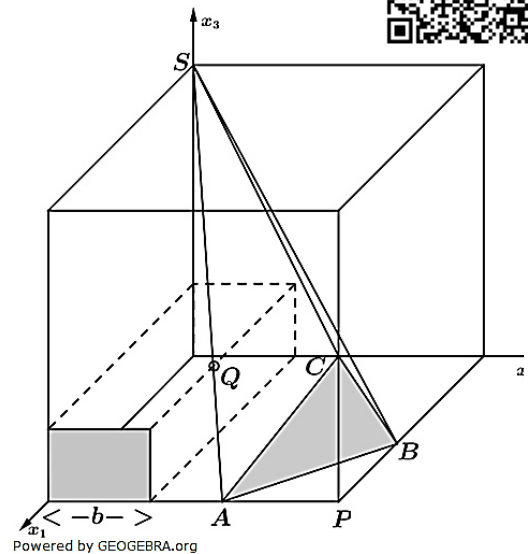
Untersuchen Sie, ob die Höhe der Pyramide auf der Diagonalen PS des Würfels liegt.

(Teilergebnis: $E: 5x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 80$)

- b) Wie viel Prozent des Würfelvolumens beträgt das Pyramidenvolumen?
c) Zusätzlich zur Pyramide soll nun noch ein Quader der Breite b in den Würfel gelegt werden. Die Abmessungen des Quaders werden so gewählt, dass er die Pyramide nur in einem Punkt Q der Pyramidenkante AS berührt (vgl. Skizze).

Welches Volumen hat ein solcher Quader mit der Breite $b = 4$?

Welche Werte kann das Volumen eines solchen Quaders annehmen, wenn die Breite b variabel ist?



Aufgabe B2.1

Die Punkte $A(5|0|0)$, $B(5|3|0)$, $C(5|0|4)$, $F(0|0|0)$, $G(0|3|0)$ und $H(0|0|4)$ sind die Ecken eines dreiseitigen Prismas mit Grundfläche ABC .

- a) Stellen Sie das Prisma in einem Koordinatensystem dar. Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene E , in der die Fläche $BGHC$ liegt.

Unter welchem Winkel schneidet E die x_1x_2 -Ebene?

Berechnen Sie den Abstand des Punktes A von der Geraden CG .

(Teilergebnis: $E: 4x_2 + 3x_3 = 12$)

- b) Im Prisma liegt ein Zylinder mit Radius 0,5 und Grundkreismittelpunkt $M[0|0,5|0,5)$, dessen Achse parallel zur x_1 -Achse verläuft. Ermitteln Sie die Abstände des Punktes M von den drei rechteckigen Seitenflächen des Prismas.

Berührt der Zylinder alle drei rechteckigen Seitenflächen des Prismas?

Ein anderer Zylinder mit Radius r und Grundkreismittelpunkt $M^*(0|r|r)$, dessen Achse ebenfalls parallel zur x_1 -Achse ist, soll alle drei rechteckigen Seitenflächen des Prismas von innen berühren.

Bestimmen Sie den Radius r dieses Zylinders.

Aufgabe B2.2 (nicht mehr prüfungsrelevant)

In einem Viereck $ABCD$ gilt für die Diagonale AC : $\overrightarrow{AC} = 0,4 \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

Zeichnen Sie ein solches Viereck $ABCD$.

In welchem Verhältnis wird die Diagonale AC von der anderen Diagonale geteilt?