Abituraufgaben Analytische Geometrie Wahlteil 2009 BW

Aufgabe B1

Die x_1x_2-Ebene beschreibt eine flache Landschaft, in der ein Flugplatz liegt. Eine Radarstation befindet sich im Punkt $R_1(6|3|0)$.
Das Radar erfasst ein Testflugzeug F_1 um 7.00 Uhr im Punkt $P(7|29|7)$ und ermittelt als Flugbahn des Flugzeugs

$$f_1\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 29 \\ 7 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

(t in Minuten nach 7.00 Uhr, Koordinatenangaben in km).

a) In welchem Punkt befindet sich das Flugzeug um 7.01 Uhr?
Woran erkennen Sie, dass sich das Flugzeug im Sinkflug befindet?
Bestimmen Sie die Geschwindigkeit des Flugzeugs in km/h.
Unter welchem Winkel fliegt das Flugzeug auf den Boden zu?
Zu welcher Uhrzeit und in welchem Punkt würde es bei Beibehaltung dieser Flugbahn auf dem Boden aufsetzen?

b) Eine weitere Radarstation befindet sich im Punkt $R_2(17|9|0)$.
Der Anflug des Testflugzeugs F_1 auf den Flugplatz ist optimal, wenn die Flugbahn f_1 und die beiden Radarstationen in einer Ebene liegen.
Prüfen Sie, ob das zutrifft.
Die Radarstation R_2 übernimmt die Flugüberwachung zu dem Zeitpunkt, ab dem sich das Flugzeug von R_1 entfernt.
Um wie viel Uhr ist dies der Fall?

c) Die Flugbahn eines zweiten Testflugzeugs F_2 wird beschrieben durch

$$f_2\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 18 \\ 11 \\ 7 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(t in Minuten nach 7.00 Uhr, Koordinatenangaben in km).
Wie weit sind die Flugzeuge F_1 und F_2 um 7.04 Uhr voneinander entfernt?
Berechnen Sie, wie nahe sich die beiden Flugzeuge kommen.

Aufgabe B2.1

Die Grundfläche einer dreiseitigen Pyramide hat die Eckpunkte $P(0|-6|0)$, $Q(12|0|0)$ und $R(0|6|0)$. Die Pyramide wird von einer Ebene geschnitten und der obere Teilkörper wird entfernt. Die Deckfläche des so entstandenen Pyramidenstumpfs hat die Eckpunkte $P^*(0|-2|2)$, $Q^*(2|0|2{,}5)$ und $R^*(0|1|2{,}5)$.

a) Stellen Sie den Pyramidenstumpf in einem Koordinatensystem dar.
Begründen Sie, dass die Deck- und die Grundfläche des Pyramidenstumpfes nicht parallel sind.
Bestimmen Sie den Winkel, den die Kante QQ^* mit der x_1-Achse bildet.
Zeigen Sie, dass $S(0|0|3)$ die Spitze der ursprünglichen Pyramide ist.

b) Bestimmen Sie den Abstand des Punktes Q^* von der Geraden durch Q und R.
Zeigen Sie, dass die Seitenfläche QRR^*Q^* des Pyramidenstumpfs ein Trapez ist.
Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Trapezes.

Abituraufgaben Analytische Geometrie Wahlteil 2009 BW

Aufgabe B2.2 (nicht mehr prüfungsrelevant)

Das Rechteck $OABC$ ist dreimal so lang wie breit. Für den Punkt T gilt $\overline{OT} = \frac{1}{9}\overline{OA}$.

Zeigen Sie, dass die Strecken $\overline{OB}$ und $\overline{TC}$ orthogonal sind.